



Прогнозирање и временске серије

1. Дата је временска серија која представља месечну тражњу производа. Применом методе једноставног покретног просека реда 3 одредити једнокорачне прогнозе за дати временски интервал, као и прогнозу за 9. месец. Оценити тачност модела применом стандардних мера грешке прогнозе (MAD и MSE).

Месец	1	2	3	4	5	6	7	8
Месечна тражња	120	128	133	129	140	150	147	160

Решење:

На основу једначине предвиђања покретног просека, попуњавамо следећу табелу:

$$\hat{y}_t = \frac{y_{t-1} + y_{t-2} + \dots + y_{t-k}}{k}$$

Месец	Тражња	МА-3
1	120	-
2	128	-
3	133	-
4	129	127
5	140	130
6	150	134
7	147	139,67
8	160	145,67
9	-	152,33

Даље се рачуна средње апсолутно одступање (MAD) и средња квадратна грешка (MSE).

$$MAD = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n |e_t|$$

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n [e_t(1)]^2$$

Где e_t представља грешку и рачуна се по обрасцу:

$$e_t(1) = y_t - \hat{y}_{t-1}$$



Месец	Тражња	МА-3	e_t	MAD	MSE
1	120	-	-	9,93	123,84
2	128	-	-		
3	133	-	-		
4	129	127	2		
5	140	130	10		
6	150	134	16		
7	147	139,67	7,33		
8	160	145,67	14,33		
9	-	152,33	-		

На основу вредности добијене за MAD прогнозе добијене методом покретног просека у просеку одступају од стварних вредности за око 10 јединица.

На основу вредности добијене за MSE просечна квадратна грешка прогнозе износи 123,84, што значи да модел повремено прави већа одступања од стварних вредности.

2. Дата је временска серија за коју се претпоставља да нема изражену сезонску компоненту. Применом експоненцијалног поравнања, уз задату вредност параметра поравнања, потребно је одредити једнокорачне прогнозе за цео посматрани период, као и прогнозу за 9 месец. Оценити тачност модела применом стандардних мера грешке прогнозе (MAD и MSE). Упоредити модел са претходним задатком. За w узети вредност 0,3.

Месец	1	2	3	4	5	6	7	8
Месечна тражња	120	128	133	129	140	150	147	160

Решење:

Једначина предвиђања за експоненцијално поравнање:

$$\hat{y}_t = w y_{t-1} + (1 - w) \hat{y}_{t-1}$$

Месец	Тражња	$\hat{y}_t(w = 0,3)$	e_t	MAD	MSE
1	120	-	-	12,25	181,48
2	128	120	8		
3	133	122,4	10,6		
4	129	125,58	3,42		
5	140	126,606	13,394		
6	150	130,6242	19,376		
7	147	136,43694	10,56306		



8	160	139,605858	20,394142		
9	-	145,7241006	-		
		Задатак 1		Задатак 2	
MAD		9,93		12,25	
MSE		123,84		181,48	

За дату временску серију и изабране параметре, метод покретног просека реда 3 (Задатак 1) показује бољу тачност прогнозе од једноставног експоненцијалног поравнања са $w=0,3$, што је потврђено нижим вредностима MAD и MSE.

3. У производном систему прати се остварени обим производње Y_i (у хиљадама комада) током више узастопних периода. Циљ је да се испита да ли се тренутни обим производње може објаснити на основу вредности из претходних периода, што је важно за планирање капацитета, радне снаге и оптерећење машина.

На основу историјских података ($n=14$ посматрања), извршена је регресиона анализа и добијене су процене ауторегресивних модела првог, другог и трећег реда. Резултати процене дати су у наставку.

Ауторегресивни модел трећег реда

	Coefficient	Standard Error
Intercept	-14,8600	6,4800
Y_{t-1}	0,8920	0,3600
Y_{t-2}	0,3450	0,7400
Y_{t-3}	0,6100	0,7200

Ауторегресивни модел другог реда

	Coefficient	Standard Error
Intercept	-10,9200	4,5200
Y_{t-1}	0,9850	0,3300
Y_{t-2}	0,6200	0,5100

Ауторегресивни модел првог реда

	Coefficient	Standard Error
Intercept	-6,1200	2,3400
Y_{t-1}	1,3100	0,1100

Одабрати ауторегресивни модел који је најпогоднији за анализу и планирање производње у посматраном систему.



Решење:

Ауторегресивна једначина трећег реда гласи: $Y_i = -6,420 + 0,905 Y_{i-1} + 0,410 Y_{i-2} + 0,180 Y_{i-3}$

$$t \text{ тест: } t = \frac{a_3 - A_3}{S_{a_3}} = \frac{0,180 - 0}{0,290} = 0,621$$

$$\alpha = 0,05$$

$$\text{број степени слободе: } n - 2p - 1 = 14 - 2 \cdot 3 - 1 = 7$$

$$t_{\frac{\alpha}{2}, 7} = t_{0,025, 7} = \pm 2,365$$

Зато што је: $-2,365 < t = 0,621 < +2,365$ не одбацује се нулта хипотеза и закључујемо да параметар трећег реда ауторегресивног модела није статистички значајан и да се може избрисати из модела.

Ауторегресивна једначина другог реда гласи: $Y_i = -4,980 + 0,930 Y_{i-1} + 0,370 Y_{i-2}$

$$t \text{ тест: } t = \frac{a_2 - A_2}{S_{a_2}} = \frac{0,370 - 0}{0,250} = 1,480$$

$$\alpha = 0,05$$

$$\text{број степени слободе: } n - 2p - 1 = 14 - 2 \cdot 2 - 1 = 9$$

$$t_{\frac{\alpha}{2}, 9} = t_{0,025, 9} = \pm 2,262$$

Зато што је: $-2,262 < t = 1,480 < +2,262$ не одбацује се нулта хипотеза и закључујемо да параметар другог реда ауторегресивног модела није статистички значајан и да се може избрисати из модела.

Ауторегресивна једначина првог реда гласи: $Y_i = -3,560 + 0,965 Y_{i-1}$

$$t \text{ тест: } t = \frac{a_1 - A_1}{S_{a_1}} = \frac{0,965 - 0}{0,072} = 13,403$$

$$\alpha = 0,05$$

$$\text{број степени слободе: } n - 2p - 1 = 14 - 2 \cdot 1 - 1 = 11$$

$$t_{\frac{\alpha}{2}, 11} = t_{0,025, 11} = \pm 2,201$$

Зато што је: $-2,201 < t = 13,403 > +2,201$ одбацује се нулта хипотеза и закључујемо да је параметар првог реда ауторегресивног модела статистички значајан и да треба да остане у моделу.



Добијени резултати указују да значајност ауторегресивног модела зависи од реда модела и динамике посматраног производног система. У случају значајности модела првог реда, може се закључити да текући обим производње у највећој мери зависи од вредности из непосредно претходног периода, што указује на краткорочну инерцију система и омогућава оперативно планирање на основу најскоријих података.

4. Дата је временска серија индустријске производње електричне енергије, коју је потребно анализирати и моделовати применом Neural Network Time Series апликације у MATLAB-у. Обучити NAR (Nonlinear Autoregressive) неуронску мрежу са задатим временским кашњењима и поделом података на скуп за обуку (70%), валидацију (15%) и тестирање (15%). Након обучавања модела, потребно је извршити евалуацију перформанси коришћењем метрика MSE и MAD. Затим применити closed-loop режим мреже ради остваривања вишекорачне прогнозе и прокоментарисати добијене резултате.

Модел	Delays	Број неурона
А	12	10
Б	24	20

Графички приказати временску серију, приказати дијаграм стварних и предвиђених вредности и дијаграм грешке (резидуала).