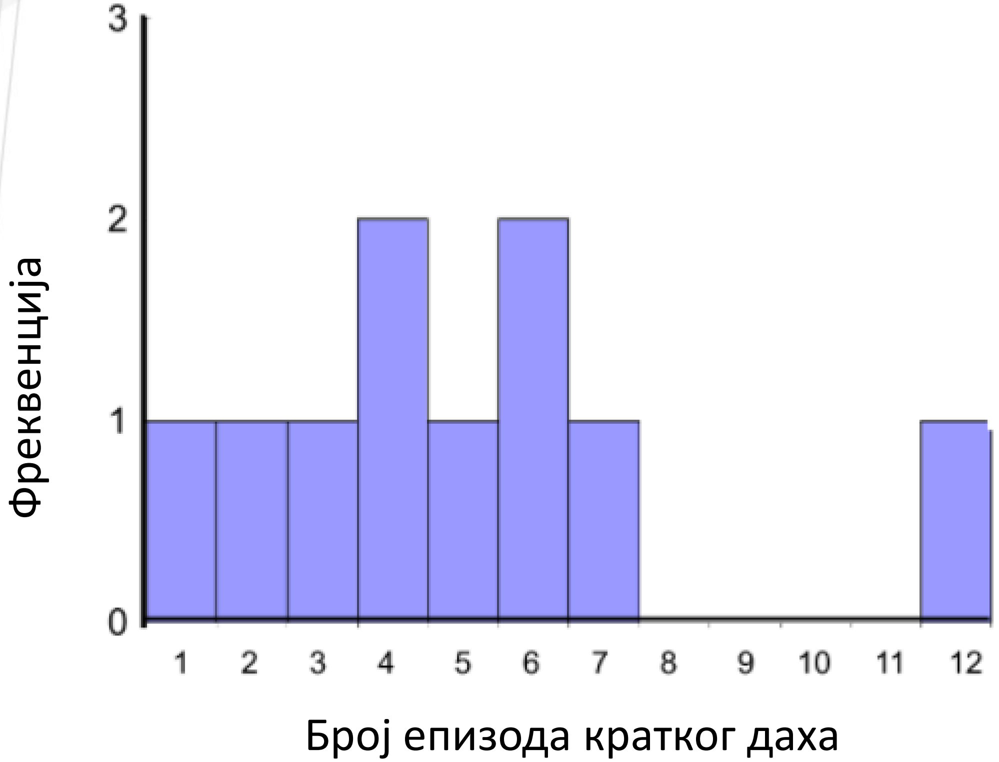
Mann Whitney U test

Задатак:

- Извршено је клиничко испитивање ефикасности новог лека за смањење симптома астме код деце. Укупан број испитаника је 10 којима је случајним избором дат лек или плацебо. Од учесника је тражено да забележе број епизода кратког даха у периоду од 1 недеље након пријема додељеног третмана. Подаци су приказани у табели. Постоји ли разлика у броју епизода кратког даха у периоду од недељу дана код учесника који су примали нови лек у поређењу са онима који су примали плацебо? Инспекцијом се чини да учесници који примају плацебо имају више епизода кратког даха, али да ли је то статистички значајно?

Плацебо	7	5	6	4	12
Лек	3	6	4	2	1

Решење



Хистограм фреквенције броја епизода кратког даха

Закључак: Подаци се не понашају по нормалној расподели. Такође, узорак је мали ($n_1 = n_2 = 5$), па је потребан непараметарски тест.

Постављање хипотеза

- На основу претходног слајда, изводи се тест са нивоом значајности од 5% (α=0,05).

- Хипотезе:
- H_0: Две популације су међусобно једнаке.
- H_1: Две популације нису једнаке.

* Ако је нулта хипотеза тачна, очекује се сличан број епизода кратког даха у свакој од две групе третмана и тада би се очекивало да се виде неки учесници који пријављују неколико епизода и неки који пријављују више епизода у свакој групи. Чини се да то није случај са посматраним подацима. Потребно је тестирати хипотезе да би се увидело да ли су посматрани подаци доказ статистички значајне разлике у популацијама.

Рангирање података

- Потребно је рангирати податке, а да би се то урадило потребно је поређати податке од најмањег до највећег. Ово се ради на комбинованом или укупном узорку (обједињавање података из две групе третмана n=10) и додељивање рангова од 1 до 10 редом. Такође, морају се пратити групе у укупном узорку.

Рангирање података

		Укупан узорак (од најмањег до највећег)		Ранг	
Плацебо	Лек	Плацебо	Лек	Плацебо	Лек
7	3		1		1
5	6		2		2
6	4		3		3
4	2	4	4	4,5	4,5
12	1	5		6	
		6	6	7,5	7,5
		7		9	
		12		10	

Потребно је узети у обзир да се нижи рангови (нпр. 1, 2 и 3) додељују одговорима у новој групи лекова, док се виши рангови (9 и 10) додељују одговорима у плацебо групи.

Рангирање података

- Прво сумирамо рангове у свакој групи. У плацебо групи сума рангова је 37, док је у групи лека тај збор 18.
- Збир рангова ће увек бити једнак $\frac{n(n+1)}{2} = \frac{10 \cdot 11}{2} = 55$, што је једнако 37+18=55!
- За потребе тест плацебо групу називамо групом 1, а групу која је узимала лек, групом 2 (могло је и обрнуто). Са P_1означиће се збир рангова групе 1 (P_1=37), а са P_2 збир рангова групе 2 (P_2 =18).
- Ако је нулта хипотеза тачна очекује се да ће P_1 и P_2 да буду слични. У овом примеру, нижи рангови су груписани у групу 2, а виши у групу 1. Ово је сугестивно, али да ли је примећена разлика у збиру последица случајности? Да би се добио одговор, потребно је извршити статистички тест како би се сумирале информације о узорку и потражила одговарајућа вредност дистрибуције вероватноће.

Статистички тест за Mann Whiteny U test

- Статистички тест за Mann Whiteny U тест је означен са U и износи мању вредност од U_1 или U_2 дефинисаних израза:

- $U_1 = n_1 \cdot n_2 + \frac{n_1(n_1+1)}{2} - R_1$
- $U_2 = n_1 \cdot n_2 + \frac{n_2(n_2+1)}{2} - R_2$,

Где су R_1 и R_2 суме ранкова за групи 1, односно групу 2 редом.

- $U_1 = 5 \cdot 5 + \frac{5 \cdot 6}{2} - 37 = 3$
- $U_2 = 5 \cdot 5 + \frac{5 \cdot 6}{2} - 18 = 22$

Дакле, узимамо да је U=3. Да ли ови докази подржавају нулту или истраживачку хипотезу? Пре него што одговоримо на ово питање, размотрићемо опсег статистичког теста U у два различита случаја.

Случај 1

- Размотримо случај у коме постоји потпуна раздвојеност група, подржавајући истраживачку хипотезу да две популације нису једнаке. Ако су сви већи бројеви епизода кратког даха (а самим тим и сви виши рангови) у плацебо групи, а сви мањи бројеви епизода (и рангови) су у новој групи лекова и да међу њима нема везе, онда:
- $R_1 = 6 + 7 + 8 + 9 + 10 = 40$ и $R_2 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$
- $U_1 = 5 \cdot 5 + \frac{5 \cdot 6}{2} - 40 = 0$ и $U_2 = 5 \cdot 5 + \frac{5 \cdot 6}{2} - 15 = 25$
- Тада, када постоји јасна разлика у популацијама, U=0.

Случај 2

- Размотримо сада други случај у коме су ниски и високи резултати приближно равномерно распоређени у две групе, подржавајући нулту хипотезу да су групе једнаке. Ако су рангови 2,4,6,8 и 10 додељени броју епизода отежаног дисања пријављених у плацебо групи, а рангови 1,3,5,7 и 9 су додељени броју епизода краткоће даха пријављених у групи која користи лек, онда:
- $R_1 = 2 + 4 + 6 + 8 + 10 = 30$ и $R_2 = 1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 25$
- $U_1 = 5 \cdot 5 + \frac{5 \cdot 6}{2} - 30 = 10$ и $U_2 = 5 \cdot 5 + \frac{5 \cdot 6}{2} - 25 = 15$
- Када не постоји јасна разлика између популација, тада ће U=10. Дакле, мање вредности U подржавају хипотезу истраживања, а веће вредности U подржавају нулту хипотезу.

Кључни аспекат

За било који Mann Whiteny U test, теоријски опсег U је од 0 (потпуно раздвајање између група и тада је H_0 највероватније нетачно и H_1 највероватније тачно) до $n_1 \cdot n_2$ (мало доказа који подржавају H_1)

Закључак

- У сваком тесту морамо утврдити да ли посматрано U подржава нулту или истраживачку хипотезу. Ово се ради по истом приступу који се користи у параметарском тестирању. Конкретно, одређујемо критичну вредност U тако да ако је посматрана вредност U мања или једнака критичној вредности, одбацујемо H_0 у корист H_1 и ако посматрана вредност U прелази критичну вредност не одбацујемо H_0.
- Критична вредност се може пронаћи и у табели датој на следећем слајду. Да би се одредила одговарајућа критична вредност, потребне су величине узорака и двострани ниво значајности α. За наш пример критична вредност је 2, а правило одлуке је да се одбаци H_0ако је $U<2$. Не одбацује се H_0 јер је $3>2$. Не постоје статистички значајни докази за $\alpha=0,05$, да би се показало да две популације броја епизода кратког даха нису једнаке. Међутим у овом примеру, неуспех да се постигне статистичка значајност може бити последица мале јачине. Подаци узорака указују на разлику, али су величине узорака премале да би се закључило да постоји статистички битна разлика.
- Дакле: ПОПУЛАЦИЈЕ СУ МЕЂУСОБНО ЈЕДНАКЕ.

Critical Values of the Mann-Whitney U

(Two-Tailed Testing)

n_2	α	n_1																	
		3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
3	.05	--	0	0	1	1	2	2	3	3	4	4	5	5	6	6	7	7	8
	.01	--	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	2	2	2	2	3	3
4	.05	--	0	1	2	3	4	4	5	6	7	8	9	10	11	11	12	13	14
	.01	--	--	0	0	0	1	1	2	2	3	3	4	5	5	6	6	7	8
5	.05	0	1	2	3	5	6	7	8	9	11	12	13	14	15	17	18	19	20
	.01	--	--	0	1	1	2	3	4	5	6	7	7	8	9	10	11	12	13
6	.05	1	2	3	5	6	8	10	11	13	14	16	17	19	21	22	24	25	27
	.01	--	0	1	2	3	4	5	6	7	9	10	11	12	13	15	16	17	18
7	.05	1	3	5	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30	32	34
	.01	--	0	1	3	4	6	7	9	10	12	13	15	16	18	19	21	22	24
8	.05	2	4	6	8	10	13	15	17	19	22	24	26	29	31	34	36	38	41
	.01	--	1	2	4	6	7	9	11	13	15	17	18	20	22	24	26	28	30
9	.05	2	4	7	10	12	15	17	20	23	26	28	31	34	37	39	42	45	48
	.01	0	1	3	5	7	9	11	13	16	18	20	22	24	27	29	31	33	36
10	.05	3	5	8	11	14	17	20	23	26	29	33	36	39	42	45	48	52	55
	.01	0	2	4	6	9	11	13	16	18	21	24	26	29	31	34	37	39	42
11	.05	3	6	9	13	16	19	23	26	30	33	37	40	44	47	51	55	58	62
	.01	0	2	5	7	10	13	16	18	21	24	27	30	33	36	39	42	45	48
12	.05	4	7	11	14	18	22	26	29	33	37	41	45	49	53	57	61	65	69
	.01	1	3	6	9	12	15	18	21	24	27	31	34	37	41	44	47	51	54
13	.05	4	8	12	16	20	24	28	33	37	41	45	50	54	59	63	67	72	76
	.01	1	3	7	10	13	17	20	24	27	31	34	38	42	45	49	53	56	60
14	.05	5	9	13	17	22	26	31	36	40	45	50	55	59	64	67	74	78	83
	.01	1	4	7	11	15	18	22	26	30	34	38	42	46	50	54	58	63	67
15	.05	5	10	14	19	24	29	34	39	44	49	54	59	64	70	75	80	85	90
	.01	2	5	8	12	16	20	24	29	33	37	42	46	51	55	60	64	69	73
16	.05	6	11	15	21	26	31	37	42	47	53	59	64	70	75	81	86	92	98
	.01	2	5	9	13	18	22	27	31	36	41	45	50	55	60	65	70	74	79
17	.05	6	11	17	22	28	34	39	45	51	57	63	67	75	81	87	93	99	105
	.01	2	6	10	15	19	24	29	34	39	44	49	54	60	65	70	75	81	86
18	.05	7	12	18	24	30	36	42	48	55	61	67	74	80	86	93	99	106	112
	.01	2	6	11	16	21	26	31	37	42	47	53	58	64	70	75	81	87	92
19	.05	7	13	19	25	32	38	45	52	58	65	72	78	85	92	99	106	113	119
	.01	3	7	12	17	22	28	33	39	45	51	56	63	69	74	81	87	93	99
20	.05	8	14	20	27	34	41	48	55	62	69	76	83	90	98	105	112	119	127
	.01	3	8	13	18	24	30	36	42	48	54	60	67	73	79	86	92	99	105

Задатак 2

Спроведено је истраживање како онлајн настава утиче на успех студената. Истраживање је обухватало 15 случајно одабраних студената који су слушали исти предмет онлајн или уживо. Након тога студентима је задат тест оцењен поенима од 0 до 10, где се остварен број поена 7 и више сматра задовољавајућим, 4 до 6 ниским и 0 до 3 критично ниским. Потребно је одредити да ли онлајн настава даје резултате као и настава уживо. Резултати теста дати су у табели испод.

Онлајн	8	7	6	2	5	8	7	3
Уживо	9	9	7	8	10	9	6	

Корак 1: Постављање хипотеза

- H_0: Резултати су једнаки без обзира на начин одржавања наставе.
- H_1: Резултати се разликују услед начина одржавања наставе.

Корак 2: Одабир адекватног статистичког теста

- С обзиром на то да резултати теста нису нормално распоређени и узорци су мали ($n_1 = 8$ и $n_2 = 7$), користи се Mann Whiteny U тест.
- $U_1 = n_1 \cdot n_2 + \frac{n_1(n_1+1)}{2} - R_1$
- $U_2 = n_1 \cdot n_2 + \frac{n_2(n_2+1)}{2} - R_2,$

Где су R_1 и R_2 суме ранкова за групи 1, односно групу 2 редом.

Корак 3: Постављање правила одлучивања

- Одговарајућа критична вредност U налази се у табели. Да би се одговорила одговарајућа критична вредност, потребне су нам величине узорака ($n_1 = 8$ и $n_2 = 7$) и ниво значајности α=0,05. Критична вредност за овај тест је U=10, што значи да се хипотеза H_0 одбацује ако је U≤10.
-

Корак 4: Статистички тест

		Укупан узорак (од најмањег до највећег)		Ранг	
Онлајн	Уживо	Онлајн	Уживо	Онлајн	Уживо
8	9	2		1	
7	8	3		2	
6	7	5		3	
2	8	6	6	4,5	4,5
5	10	7	7	7	7
8	9	7		7	
7	6	8	8	10,5	10,5
3		8	8	10,5	10,5
			9		13,5
			9		13,5
			10		15
				R_1=45,5	R_2=74,5

Провера: $\frac{n(n+1)}{2} = \frac{15 \cdot 16}{2} = 120$, што је једнако 45,5+74,5=120!

Корак 4: Статистички тест

- $U_1 = n_1 \cdot n_2 + \frac{n_1(n_1+1)}{2} - R_1$
- $U_1 = 8 \cdot 7 + \frac{8 \cdot 9}{2} - 45{,}5 = 46{,}5$

- $U_2 = n_1 \cdot n_2 + \frac{n_2(n_2+1)}{2} - R_2$
- $U_2 = 8 \cdot 7 + \frac{7 \cdot 8}{2} - 74{,}5 = 9{,}5$

Дакле, узимамо да је U=9,5.

Корак 5: Закључак

- Одбацује се H_0 јер је 9,5≤10. Са статистичком значајношћу α=0,05 може се закључити да студенти који су слушали уживо наставу показују боље резултате на тестирању у односу на оне који су наставу слушали онлајн.

Задатак 3

Извршено је испитивање како би се одредила ефикасност нове CNC машине у односи на стару. Време обраде дато је у табели. Укупно је обрађено 30 делова случајно одабраних. Да ли постоји статистички доказ о разлици у времену код делова израђених на новој и на старој машини?

Стара машина	7500	8000	2000	550	1250	1000	2250	6800	3400	6300	9100	970	1040	670	400
Нова машина	400	250	800	1400	8000	7400	1020	6000	920	1420	2700	4200	5200	4100	50

Корак 1: Постављање хипотеза

- H_0: Времена обраде су једнака без обзира на којој машини се део обрађује.
- H_1: Времена обраде се разликују у зависности од машине која се користи.

Корак 2: Одабир адекватног статистичког теста

- С обзиром на то да резултати теста нису нормално распоређени и узорци су мали ($n_1 = 15$ и $n_2 = 15$), користи се Mann Whiteny U тест.
- $U_1 = n_1 \cdot n_2 + \frac{n_1(n_1+1)}{2} - R_1$
- $U_2 = n_1 \cdot n_2 + \frac{n_2(n_2+1)}{2} - R_2,$

Где су R_1 и R_2 суме ранкова за групи 1, односно групу 2 редом.

Корак 3: Постављање правила одлучивања

- Одговарајућа критична вредност U налази се у табели. Да би се одговорила одговарајућа критична вредност, потребне су нам величине узорака $(n_1 = n_2 = 15)$ и ниво значајности α=0,05. Критична вредност за овај тест је U=64, што значи да се хипотеза H_0 одбацује ако је U≤64.
-

Корак 4: Статистички тест

		Укупан узорак (од најмањег до највећег)		Ранг	
Стара машина	Нова машина	Стара машина	Нова машина	Стара машина	Нова машина
7500	400		50		1
8000	250		250		2
2000	800	400	400	3,5	3,5
550	1400	550		5	
1250	8000	670		6	
1000	7400		800		7
2250	1020		920		8
6800	6000	970		9	
3400	920	1000		10	
6300	1420		1020		11
9100	2700	1040		12	
970	4200	1250		13	
1040	5222		1400		14
670	4100		1420		15
400	50	2000		16	
		2250		17	
			2700		18
		3400		19	
			4100		20
			4200		21
			5200		22
			6000		23
		6300		24	
		6800		25	
			7400		26
		7500		27	
		8000	8000	28,5	28,5
		9100		30	
				R_1=245	R_2=220

Провера: $\frac{n(n+1)}{2} = \frac{30\cdot 31}{2} = 465$, што је једнако 245+220=465!

Корак 4: Статистички тест

- $U_1 = n_1 \cdot n_2 + \frac{n_1(n_1+1)}{2} - R_1$
- $U_1 = 15 \cdot 15 + \frac{15 \cdot 16}{2} - 245 = 100$

- $U_2 = n_1 \cdot n_2 + \frac{n_2(n_2+1)}{2} - R_2$
- $U_2 = 15 \cdot 15 + \frac{15 \cdot 16}{2} - 220 = 125$

Дакле, узимамо да је U=100.

Корак 5: Закључак

- Не можемо одбацити H_0 јер је 100>64. Не постоји довољно доказа да би се закључило да постоји разлика у времену обраде на новој и на старој машини.

Z тест

Z тест

- Z – тест је статистичка процедура која се користи за тестирање алтернативне хипотезе у односу на нулту хипотезу.
- З тест представља било коју статистичку хипотезу која се користи да би се утврдило да ли су средње вредности два узорка различите када су варијансе познате и када је узорак велики (n≥30). То је поређење средњих вредности две независне групе узорака узетих из једне популације са познатом варијансом. Користи се за податке који одговарају нормалној расподели.
- Вредност Z теста се рачуна као:
- $Z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$, где су:

$\bar{x}$ - средња вредност узорка,

μ_0 - средња вредност популације,

σ – стандардна девијација популације

n – број посматрања

Ако имамо 2 нормално распоређене, али независне популације, тада се вредност Z рачуна као:

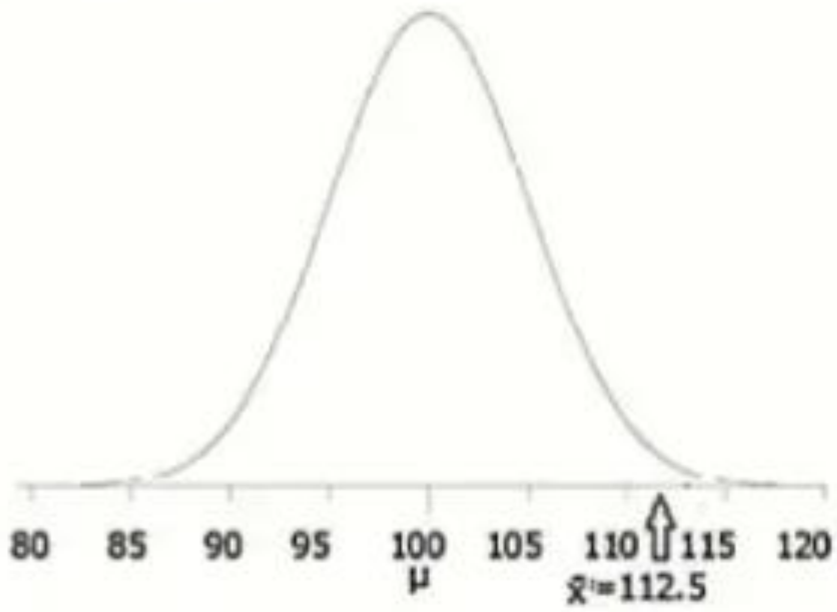
$$Z = \frac{(\overline{x_1} - \overline{x_2}) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$$

Пример Z теста за 1 узорак:

- Декан једног факултета тврди да су његови студенти надпросечне интелигенције. Тестиран је IQ је 30 случајно одабраних студената и добијена је средња вредност 112,5. Постоји ли довољно статистичких доказа који подржавају деканову тврдњу? Средња вредност IQ је 100 са стандардном девијацијом 15.

Корак 1: Постављање хипотеза

- H_0: $\mu = 100$.
- H_1: $\mu > 100$.



Корак 2: Одабир нивоа поузданости

- Узима се вредност α=0,05. Критична вредност Z-теста за наше параметре је 1,645.

Корак 3: рачунање параметра Z

- $Z = \frac{\bar{x}-\mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{112,5-100}{\frac{15}{\sqrt{30}}} = 4,56$

- Пошто је 4,56>1,654 одбија се нулта хипотеза, те се може закључити да су деканове тврдње исправне.

Пример Z теста за 2 независне популације:

Познато је да количина одређених елемената у крви варира са стандардном девијацијом од 14,1 ppm (parts per milion) за мушке даваоце крви и 9,5 за женске.

Случајни узорци од 75 мушких и 50 женских донора дају средњу вредност концентрације од 28 и 33 ppm, респективно.

Колика је вероватноћа да су средње вредности концентрације елемента исте за мушкарце и жене?

Корак 1: Постављање хипотеза

- $H_0: \mu_0 = \mu_1$.
- $H_1: \mu_0 \neq \mu_1$.

Корак 2: Одабир нивоа поузданости

- Узима се вредност α=0,05. Критична вредност Z-теста за наше параметре је 1,645.

Корак 3: Рачунање параметра Z

- $Z = \frac{(\overline{x_1} - \overline{x_2}) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} = \frac{28 - 33 - 0}{\sqrt{\frac{14{,}1^2}{75} + \frac{9{,}5^2}{50}}} = -2{,}37$

Закључак:

- Рачунски добијена вредност параметра Z је негативна јер је већа средња вредност за жене одузета од мање средње вредности за мушкарце. Међутим, како је редослед узорака у овом прорачуну произвољан он би могао бити у супротан, те би се онда вредност z добила 2,37. У сваком случају, како је 2,37>1,654 нулта хипотеза се одбацује.

Т тест

Т тест

- Т тест се користи искључиво при поређењу две групе. Он је параметарски тест. Он претпоставља да су подаци:
  - Независни;
  - Приближно нормално распоређени;
  - Имају сличну варијансу унутар сваке групе која се пореди.

- Параметар Т се израчунава помоћу формуле:
- $T = \frac{\overline{x_1} - \overline{x_2}}{\sqrt{s^2\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}}$, где су:
- $\overline{x_1}$ и $\overline{x_2}$ - средње вредности група које се пореде
- s^2 - стандардна грешка две групе,
- n_1 и n_2 - број узорака из сваке групе

Ако имамо само један узорак, тада се параметар Т рачуна као:
$T = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$

Пример:

- Ваша компанија жели да побољша продају. Подаци о прошлој продаји показују да је просечна продаја износила 100 долара по трансакцији. Након обуке ваше продајне снаге, недавни подаци о продаји (преузети из узорка од 25 продаваца) указују на просечну продају од 130 долара, са стандардном девијацијом од 15 долара. Да ли је обука успела? Тестирајте своју хипотезу за α=0,05.

Корак 1: Постављање хипотеза

- H_0: $\mu = \$100$.
- H_1: $\mu > \$100$.

Корак 3: рачунање параметра Т

$$T = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}} = \frac{130 - 100}{\frac{15}{\sqrt{25}}} = 10$$

- DF=n-1=25-1=24
- Како је 10>1,711, закључујемо да се нулта хипотеза одбацује.

Т критичне вредности за једну групу узорака

DF	A = 0.1	0.05	0.025	0.01	0.005	0.001	0.0005
∞	t_a = 1.282	1.645	1.960	2.326	2.576	3.091	3.291
1	3.078	6.314	12.706	31.821	63.656	318.289	636.578
2	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	22.328	31.600
3	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	10.214	12.924
4	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	7.173	8.610
5	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	5.894	6.869
6	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	5.208	5.959
7	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	4.785	5.408
8	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	4.501	5.041
9	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	4.297	4.781
10	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	4.144	4.587
11	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	4.025	4.437
12	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	3.930	4.318
13	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	3.852	4.221
14	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	3.787	4.140
15	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	3.733	4.073
16	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	3.686	4.015
17	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	3.646	3.965
18	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	3.610	3.922
19	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	3.579	3.883
20	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	3.552	3.850
21	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	3.527	3.819
22	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	3.505	3.792
23	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807	3.485	3.768
24	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	3.467	3.745
25	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787	3.450	3.725
26	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779	3.435	3.707
27	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771	3.421	3.689
28	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763	3.408	3.674
29	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756	3.396	3.660
30	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750	3.385	3.646
60	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660	3.232	3.460
120	1.289	1.658	1.980	2.358	2.617	3.160	3.373
1000	1.282	1.646	1.962	2.330	2.581	3.098	3.300

Поређење Т-теста и Z-теста

Критеријум поређења	**Т-тест**	**Z-тест**
Значење	Т-тест се односи на тип параметарског теста који се користи да се идентификује како се средње вредности два скупа података разликују једна од друге када варијансе нису дате.	Z-тест је тест хипотезе који утврђује да ли се средства два скупа података разликују једно од другог када је дато одступање.
Расподела	Студент – т расподела	Нормална расподела
Варијација популације	Непозната	Позната
Величина узорка	Мала	Велика

Кључне разлике

- Разлика између Т-теста и Z-теста су следеће:

- Т-тест се може схватити као статистички тест који се користи за поређење и анализу да ли се ресурси две популације разликују једни од других или не када стандардна девијација није позната. Насупрот томе, Z-тест је параметарски тест, који се примењује када је позната стандардна девијација, да би се утврдило да ли се средње вредности два скупа података разликују једна од друге.
- Т-тест је заснован на Студентовој т-дистрибуцији, док се z-тест се ослања на претпоставку да је расподела ресурса узорка нормална. И Студентова т-дистрибуција и нормална дистрибуција изгледају исто јер су и симетричне и у облику звона. Међутим, разликују се у смислу да је у т-дистрибуцији мање простора у центру, а више на крајевима.
- Један од важних услова за усвајање Т-теста је да варијација популације није позната. Насупрот томе, варијације популације треба да буду познате или претпостављене да су познате у случају Z-теста.
- Z-тест се користи када је величина узорка велика, тј. $n > 30$, а Т-тест је погодан када је величина узорка мала, у смислу да је $n < 30$.

- Уопштено говорећи, Т-тест и Z-тест су веома слични тестови, али су услови за њихову примену различити, што значи да је Т-тест погодан када величина узорка не прелази 30 узорака. Међутим, ако има више од 30 узорака, мора се применити Z-тест. Такође, постоје и други услови који јасно указују који ће тест бити обављен у одређеној ситуацији.