



КОНТРОЛНЕ КАРТЕ



Контролне карте

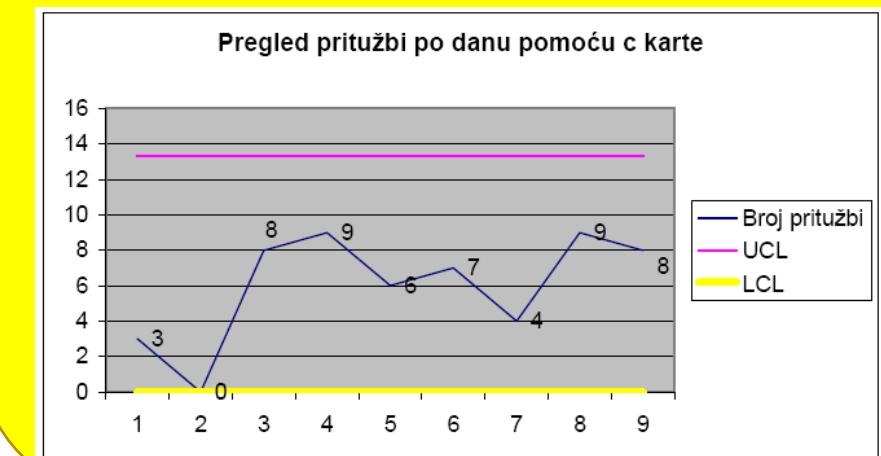
Настале су у другој половини 19. века у Bell Phone Laboratories. Њихов творац је др Валтер Шеварт.



Dr. Walter A. Shewhart

Савремени метод регулисања и управљања карактеристикама производа и процеса.

Специјалне дијаграмске форме, где се на апсиси наноси време одвијања процеса или редни број узорка, а на ординати карактеристика производа и процеса.



Врсте контролних карата

Контролне карте се користе за:

Мерљиве карактеристике – почивају на нормалној расподели: \bar{x} , x_{sr} , R, s, CuSum, EWMA карте, xR

Атрибутивне карактеристике (добро-лоше, тачно-нетачно) – почивају на Поасоновој расподели – p, np, c, u карте

p - проценат дефектних примерака у узорку

c - укупан број дефеката у узорку

u - однос између укупног броја дефеката у узорку и укупног броја примерака у узорку

Врсте контролних карата

1. Просте

$(\bar{x}, \bar{R}, \sigma, \dots)$

2. Комбиноване

$(\bar{x} R, \bar{x}\sigma, \dots)$



Техника контролних карата

Састоји се у узимању већег броја узорака из процеса на случајан начин.

Одређује се средња линија контролних граница.

Прате се варијације процеса у времену.

Рачуна се одређени параметар.

Врсте података и контролних карти



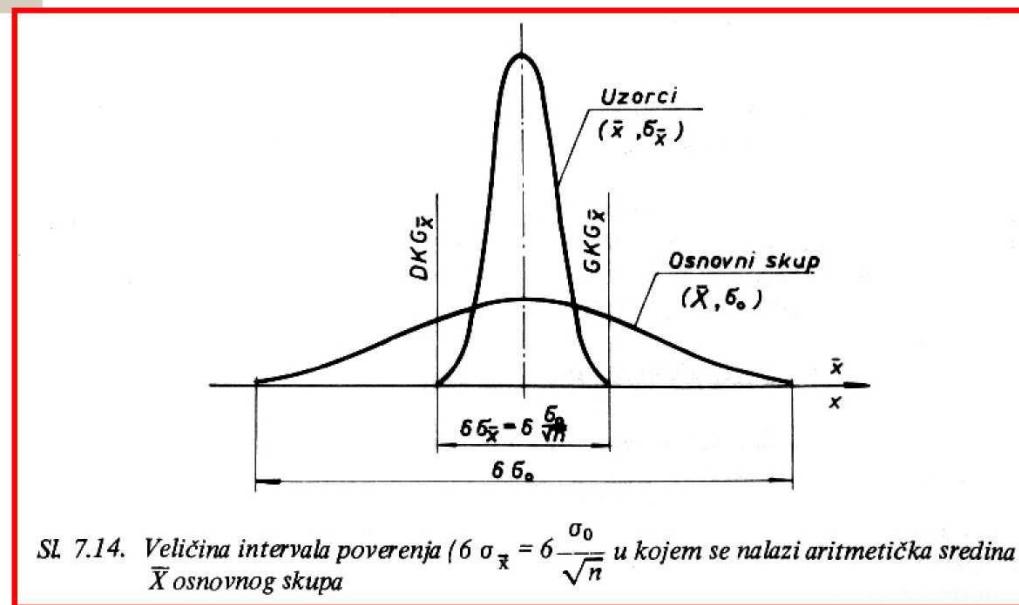
Контролне карте



Посматрају се параметри основног скупа и узорака.



Контролне границе су границе интервала поверења.



Контролне карте - границе



Контролне границе се постављају (рачунају) на границе расирања ($\pm 3\sigma$) статистичког параметра (R, s, p и друго) који се прати контролном картом (рачуна из узорака). Поред контролних граница могу се користити и границе упозорења (постављају се на $\pm 2\sigma$ или $\pm \sigma$).

Податак изван контролне границе (изнад ГКГ или испод ДКГ) показује да се у процесу, статистички посматрано, додгио не случајан, већ значајан узрок варијације (одступања).

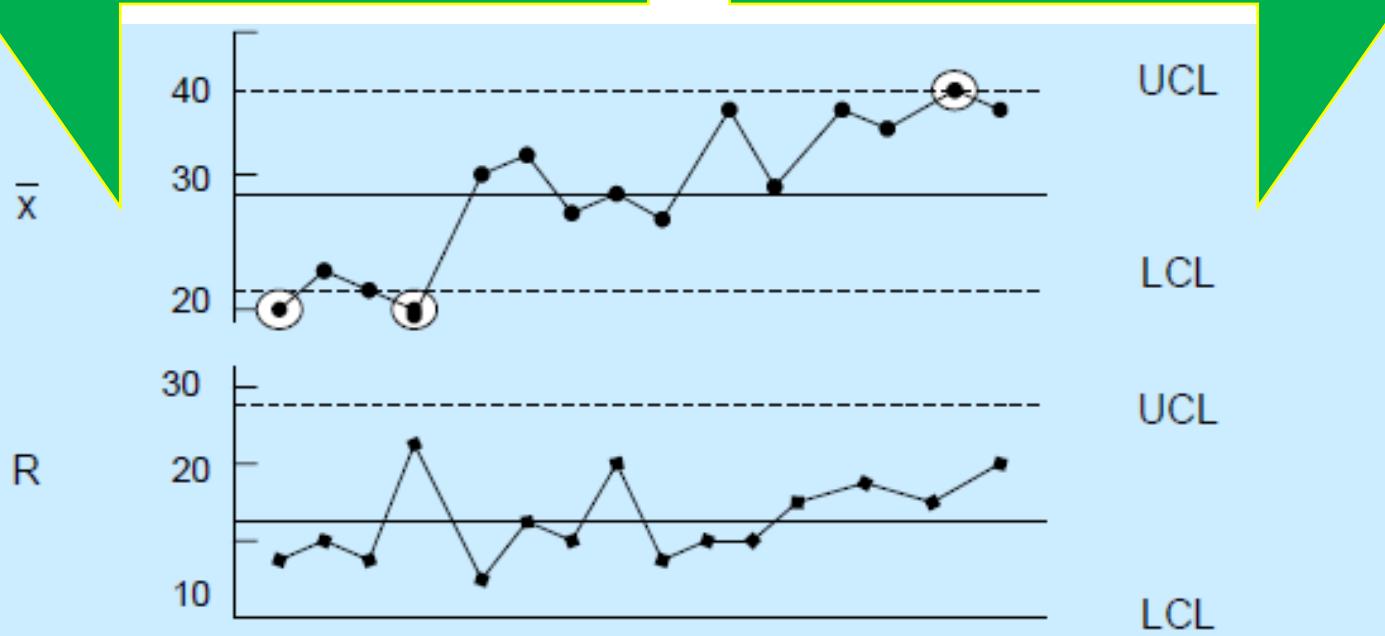
Када нема података ван граница каже се да је процес под контролом, а то значи да процес варира само под утицајем сличних, процесу својственим утицајем.

Често се за процес под контролом каже да је стабилан.

Контролне карте – границе и средња линија процеса

Средња линија процеса – SL (central line – CL) представља линију аритметичке средине статистичког параметра који се прати и приказује контролном картом.

Горња контролна граница – GKG (Upper Control Line – UCL)
Доња контролна граница – DKG (Lower Control Line – LCL)



Поступак формирања контролних карата

Снимање нумеричких или атрибутивних карактеристика квалитета појединачних примерака у узроцима и израчунавање статистичких мера узорака (резултати се уписују у контролни картон).

Постепено уношење израчунатих података у изабрани тип контролне карте.

Израчунавање положаја централних линија и контролних граница и њихово уцртавање на карту

Анализа и оцена стабилности протекле производње на основу контролне карте.

Поступак формирања контролних карата – методологија узимања узорака –



Приликом узимања узорака посебно водити рачуна!!!

Примерци једног узорка не извлаче се на случајан већ на систематски начин (примерци обрађени под истим условима)!

Узорци садрже исти број примерака (не мање од 4 и не више од 25)!

За R контролне карте број елемената у узорку је до 10, за s-о контролне карте број елемената је већи од 10.

Време узимања узорака се дефинише временском шемом, за коју радник за машином не сме да зна.

За оцену стабилности процеса потребно је извући најмање 25 узорака.



- - -

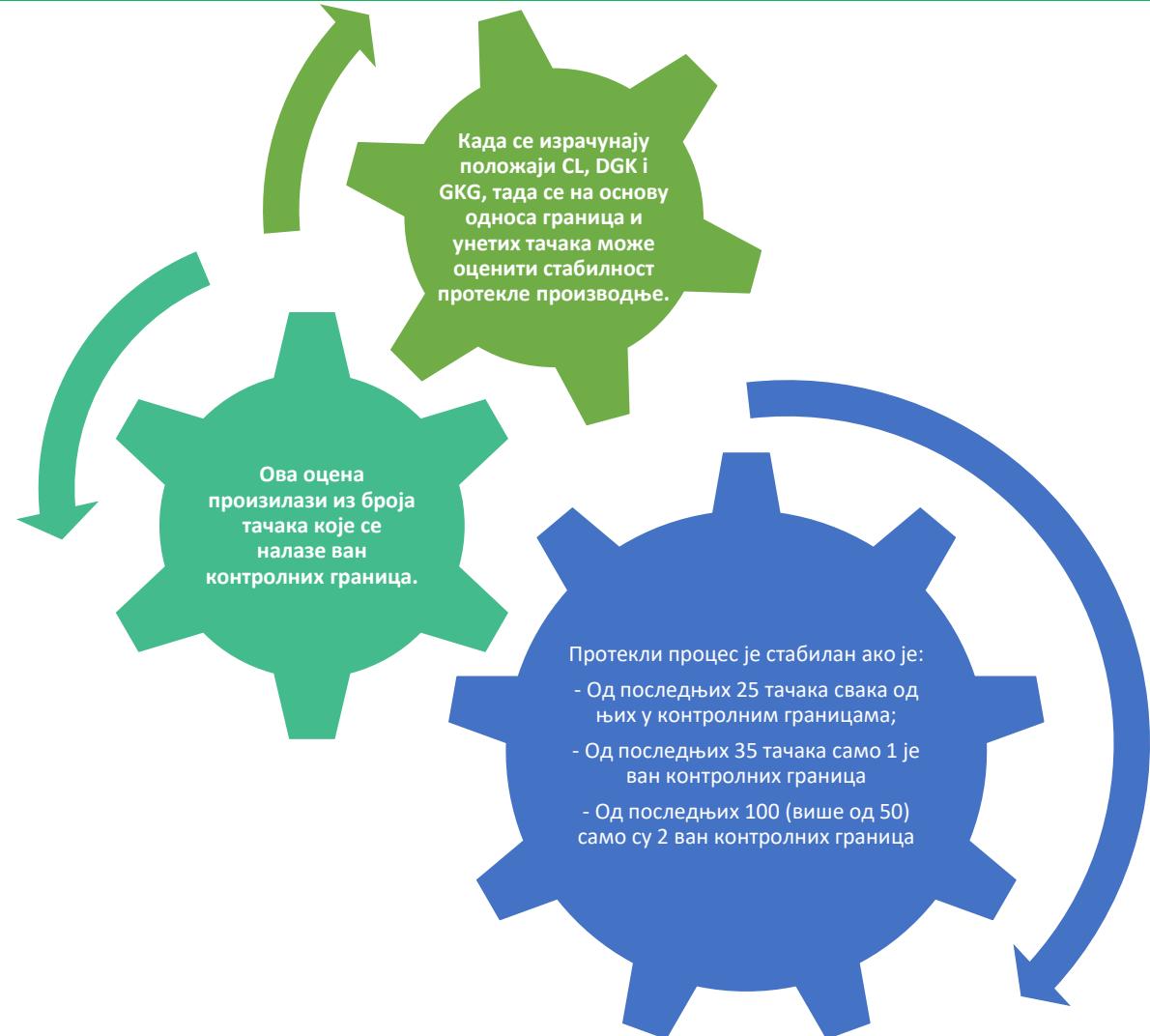


Пример контролног картона

| | | | | | | | |
|---|---|-----|------|---------|------|----------|--|
| Radna organizacija | deo: Donja ploča | | | | | Nalog: | |
| | Br. crt: 43 052 | | | | | | |
| Mašina: B-214 | | | | | | | |
| Radnik: | Operacija: Bušenje | | | | | | |
| Kontrolor: | Karakt. kval.: $\pm 8H8$ (+0,020) 0,000 | | | Komada: | | | |
| Red. br. uzorka | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | | |
| Datum i čas uzimanja | | | | | | Napomena | |
| Odstupanja karakteristike od nominalnih vrednosti [μm] | 14 | 12 | 13 | 6 | 14 | | |
| | (23) | 4 | 16 | 12 | 6 | | |
| | 10 | 14 | 10 | 9 | (-2) | | |
| | 15 | 5 | (21) | 13 | 12 | | |
| | 3 | 8 | 15 | 10 | 8 | | |
| Zbir | 65 | 43 | 75 | 50 | 40 | | |
| Pros.vrednost (\bar{x}) | 13 | 8,6 | 15 | 10 | 5 | | |
| Najveća vred. (x_{max}) | 23 | 14 | 21 | 13 | 14 | | |
| Najmanja vred. (x_{min}) | 3 | 4 | 10 | 6 | -2 | | |
| Raspon (R) | 20 | 10 | 11 | 7 | 16 | | |

SL 7.21. Primer oblika i strukture kontrolnog kartona

Стабилност

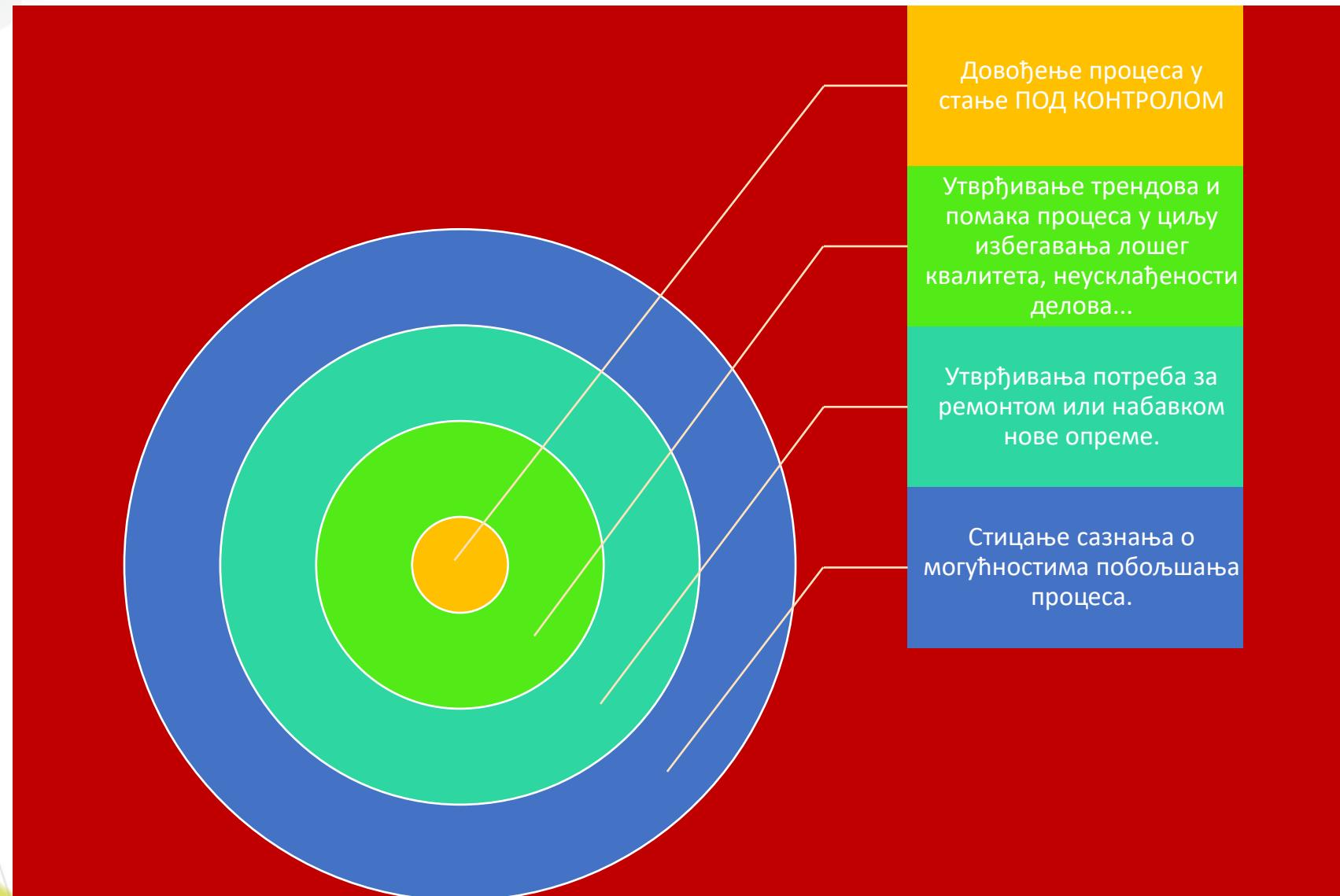


Тачност

После контроле стабилности процеса следи контрола његове тачности!

- Суштина контроле тачности састоји се у упоређивању (по величини и положају) прописаног толеранцијског поља и подручја природне дисперзије (расипања) вредности дате карактеристике квалитета.
- Код контроле тачности разликују се процеси без и са трендом.
- Код процеса без тренда, линија централне тенденције, односно статистичке мере, паралелна је са апсцисом контролне карте (оса x)
- Када је процес стабилан, његова природна толеранција је: $Tr = 6\sigma_0$

Циљеви примене контролних карата



Контролне карте за атрибутивне карактеристике – р-карта –



Приказује графичко кретање пропорције лоших комада у узорцима.

Величине узорака при томе могу бити различите.

Биномна расподела, најмање 4 лоша комада у узорку ($n \cdot p \geq 4$)

$$\bar{p} = \frac{\text{ukupan broj loših komada u svim uzorcima}}{\text{ukupan broj komada u svim uzorcima}}$$

$$\bar{p} = \frac{n_1 p_1 + n_2 p_2 + \dots + n_k p_k}{n_1 + n_2 + \dots + n_k} = \frac{\sum_{i=1}^k n_i p_i}{\sum_{i=1}^k n_i}$$

k - број
узимања
узорака

Kонтролне границе:

$${}^G_D KG = \bar{p} \pm 3 \sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}} \quad \sigma_p = \sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}$$

$${}^G_D KG = \bar{p} \pm 3 \sqrt{\frac{\bar{p}}{n}} \quad \text{Ако је } \bar{p} < 0,10$$

Пример р-карте

Предузеће прати свој процес производње испитујући узорке свакодневно током 20 дана. Сваки узорак садржао је 100 производа. У табели су дати резултати испитивања. Укупан број лоших комада је 200.

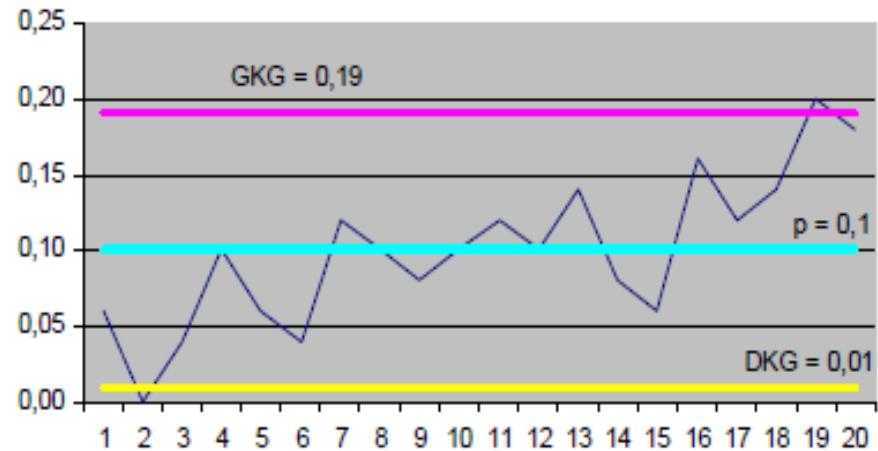
| Узорак | Број лоших комада | Удео лоших комада |
|--------|-------------------|-------------------|
| 1 | 6 | 0,06 |
| 2 | 0 | 0,00 |
| 3 | 4 | 0,04 |
| 4 | 10 | 0,10 |
| 5 | 6 | 0,06 |
| 6 | 4 | 0,04 |
| 7 | 12 | 0,12 |
| 8 | 10 | 0,10 |
| 9 | 8 | 0,08 |
| 10 | 10 | 0,10 |
| 11 | 12 | 0,12 |
| 12 | 10 | 0,10 |
| 13 | 14 | 0,14 |
| 14 | 8 | 0,08 |
| 15 | 6 | 0,06 |
| 16 | 16 | 0,16 |
| 17 | 12 | 0,12 |
| 18 | 14 | 0,14 |
| 19 | 20 | 0,20 |
| 20 | 18 | 0,18 |

$$p = 200/2000 = 0.10$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{p \cdot (1-p)}{n}} = 0.03$$

$$GKG = p + z \cdot \sigma = 0.10 + 3 \cdot 0.03 = 0.19;$$

$$DKG = p - z \cdot \sigma = 0.10 - 3 \cdot 0.03 = 0.01$$



Закључак:

Процес је испод границе за узорак 2, тј. другог дана контроле. Поставља се питање да ли је то резултат лошег мерења или је дошло до наглог побољшања квалитета. Уколико је квалитет побољшан, истражити узрок (нпр. материјал другог добављача) и размислiti о даљем току производње.

Процес је изнад границе 19. дана и потребно је истражити узрок (нпр. лоше подешавање машине, лош материјал...)

Приметан је узлазни тренд у смислу лошег квалитета. Да је узрок истражен пре 19. дана, до излазака из граница не би дошло.

Задатак 1:

Предузеће прати свој процес производње испитујући узорке свакодневно током 20 дана. Сваки узорак садржао је 100 производа. У табели су дати резултати испитивања. На основу ње, формирати контролну карту и дати коментаре.

| Број узрока | Број грешака | Удео |
|-------------|--------------|------|
| 1 | 6 | 0,06 |
| 2 | 5 | 0,05 |
| 3 | 0 | 0 |
| 4 | 1 | 0,01 |
| 5 | 4 | 0,04 |
| 6 | 2 | 0,02 |
| 7 | 5 | 0,05 |
| 8 | 3 | 0,03 |
| 9 | 3 | 0,03 |
| 10 | 2 | 0,02 |
| 11 | 6 | 0,06 |
| 12 | 1 | 0,01 |
| 13 | 8 | 0,08 |
| 14 | 7 | 0,07 |
| 15 | 5 | 0,05 |
| 16 | 4 | 0,04 |
| 17 | 11 | 0,11 |
| 18 | 3 | 0,03 |
| 19 | 0 | 0 |
| 20 | 4 | 0,04 |
| сума = 80 | | |

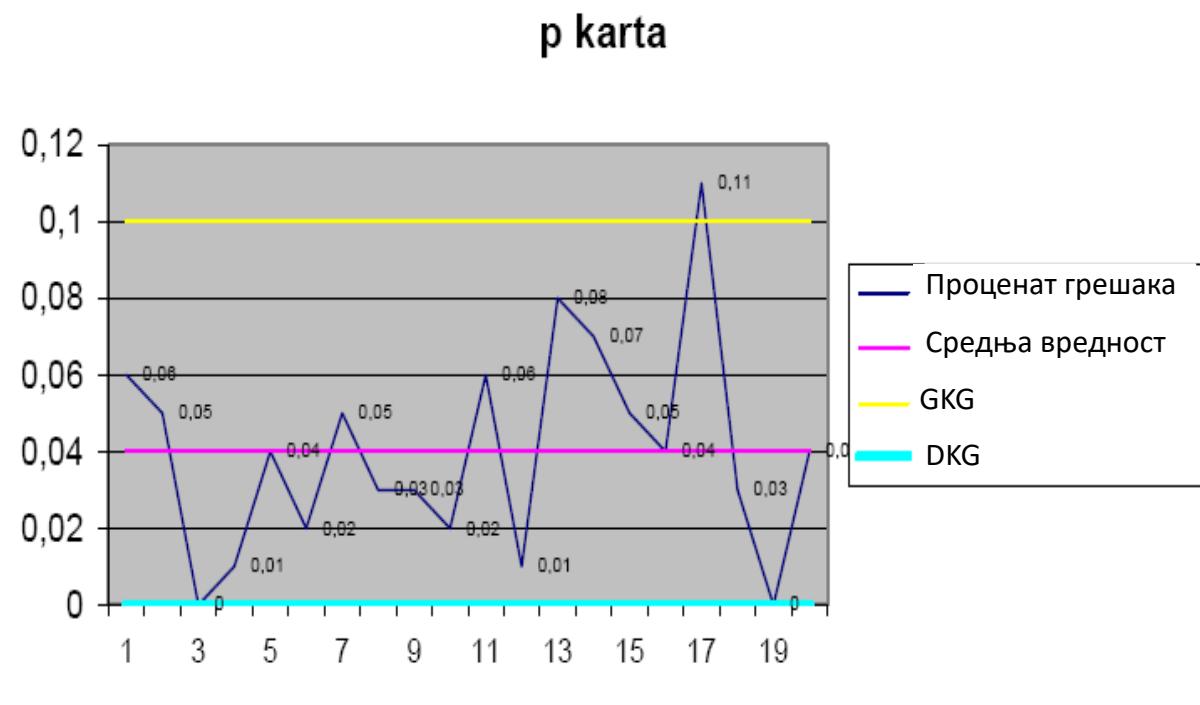
Решење:

$$\bar{p} = \frac{\text{ukupan broj defekata}}{\text{ukupan broj jedinica u uzorku}} = \frac{80}{100 * 20} = 0,04$$

$$\sigma_p = \sqrt{\frac{\bar{p}(1 - \bar{p})}{n}} = \sqrt{\frac{0,04(1 - 0,04)}{100}} = 0,02$$

$$\text{GKG}_p = \bar{p} + z\sigma_p = 0,04 + 3 * 0,02 = 0,1$$

$$\text{DKG}_p = \bar{p} - z\sigma_p = 0,04 - 3 * 0,02 = -0,02 = 0$$



Закључак:

Процес је увек изнад/на доњој контролној граници.

Процес је изнад границе 17. дана и потребно је истражити узрок (нпр. лоше подешавање машине, лош материјал...)



Контролне карте за мерљиве карактеристике

- x-R карта даје увид у кретање процеса на основу аритметичке средине и распона узорака.
- Први постотак говори о центрираности процеса, а други о његовом расипању.

1. Праћењем непознатог процеса у циљу установљавања његових природних могућности у погледу центрираности и расипања.

Контролне границе за ову карту могуће је поставити на 3 начина:

3. На темељу унапред задатих толеранција (због претпоставки данас практично није употребљив).

2. На темељу познатих прошлих података о процесу.

Контролне границе на темељу праћења непознатог процеса

Контролне границе за кретање аритметичких
средина узорака:

Будући да је:

$${}^G_D KG_{\bar{x}} = \bar{x} \pm 3\sigma_{\bar{x}} = \bar{x} \pm 3 \frac{\sigma_0}{\sqrt{n}}$$

$$\sigma_0 = \frac{\bar{R}}{d_2}, \quad \bar{R} = \frac{\sum R_i}{k}$$

Где је k обилазак
контролора, односно број
узетих узорака добија се:

$${}^G_D KG_{\bar{x}} = \bar{x} \pm 3 \frac{\bar{R}}{d_2 \sqrt{n}}$$

Добија се:

Ако означимо
кофицијентом A_2 који је
искључиво функција
величине узорака n

$$3 \frac{\bar{R}}{d_2 \sqrt{n}}$$

$${}^G_D KG_{\bar{x}} = \bar{x} \pm A_2 \bar{R}$$

Контролне границе за кретање распона узорака:

Из појединачних распона R_i добија се распон:

$$\bar{R} = \frac{\sum R_i}{k}$$

Контролне границе се у овим случајевима постављају на удаљеност од 3 стандардне девијације:

$${}^G_D KG_R = \bar{R} \pm 3\sigma_R = \bar{R} \pm 3b_2\sigma_0 = \bar{R} \pm 3b_2 \frac{\bar{R}}{d_2} = \left(1 \pm \frac{3b_2}{d_2}\right) \bar{R}$$

Ако се са D_4 означи

$$1 + \frac{3b_2}{d_2}$$

а са D_3 означи

$$1 - \frac{3b_2}{d_2}$$

Тада су контролне границе:

$$GKG_R = D_4 \bar{R}$$

$$DKG_R = D_3 \bar{R}$$

Закључци:

1. Контролне границе се постављају на $\pm 3\sigma$ одређене мерљиве карактеристике
2. Сви подаци ($x_i, \bar{x}_i, \bar{x}, R, k, n$) се добијају непосредно мерењем на узорцима узиманим из процеса.
3. Сви коефицијенти (A_2, D_3, D_4, d_2) су функције величине узорака (узорци морају бити исте величине)
4. Помоћу R и d_2 могуће је одредити природно расипање процеса.

Tablica 1. Koeficijenti kontrolnih granica za $\bar{x} - R$ kartu

| n | A_2 | D_3 | D_4 | d_2 |
|-----|-------|-------|-------|-------|
| 2 | 1,880 | 0 | 3,267 | 1,128 |
| 3 | 1,023 | 0 | 2,575 | 1,693 |
| 4 | 0,729 | 0 | 2,282 | 2,059 |
| 5 | 0,577 | 0 | 2,115 | 2,326 |
| 6 | 0,483 | 0 | 2,004 | 2,534 |
| 7 | 0,419 | 0,076 | 1,924 | 2,704 |
| 8 | 0,373 | 0,136 | 1,864 | 2,847 |
| 9 | 0,337 | 0,184 | 1,816 | 2,970 |
| 10 | 0,308 | 0,223 | 1,777 | 3,078 |

Извођење корекције



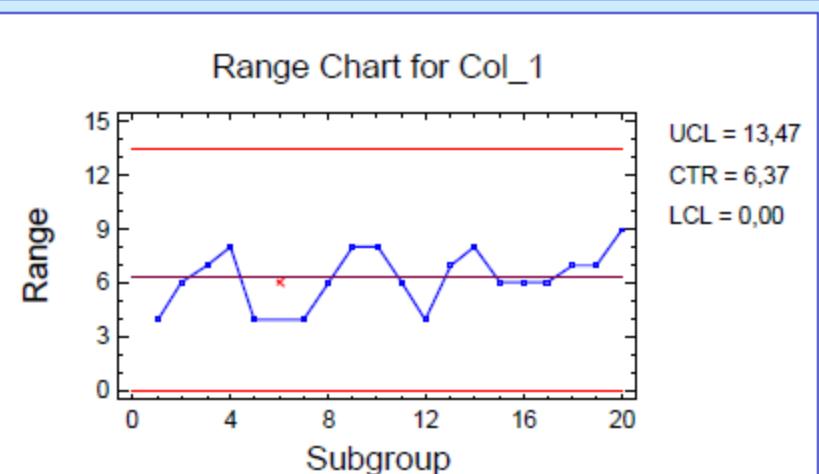
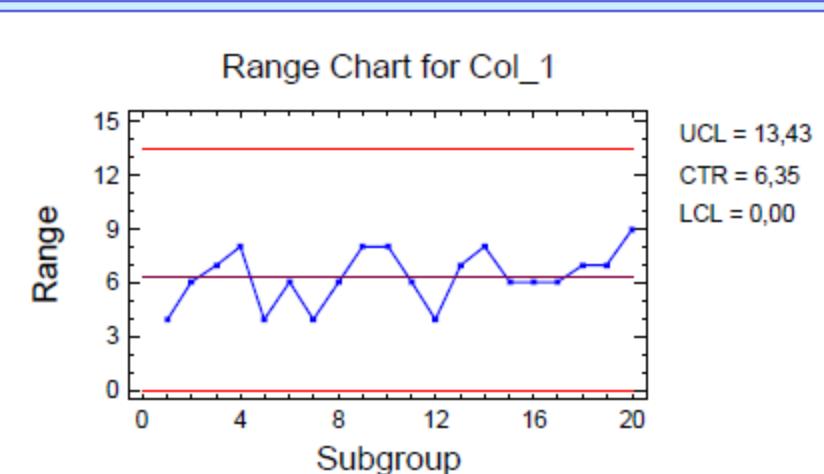
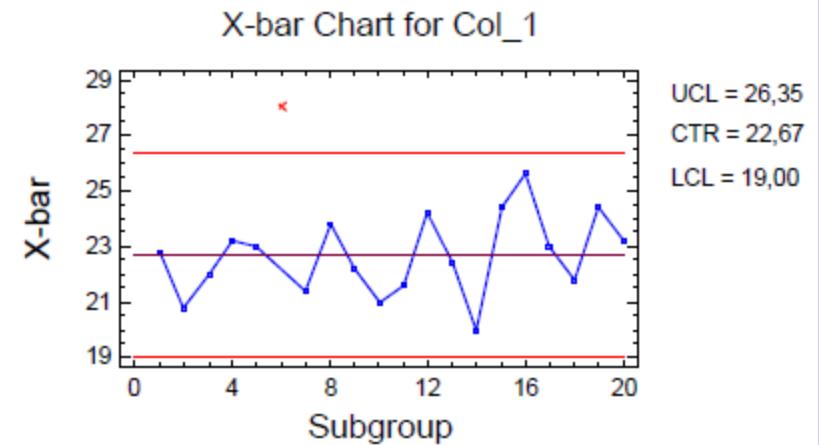
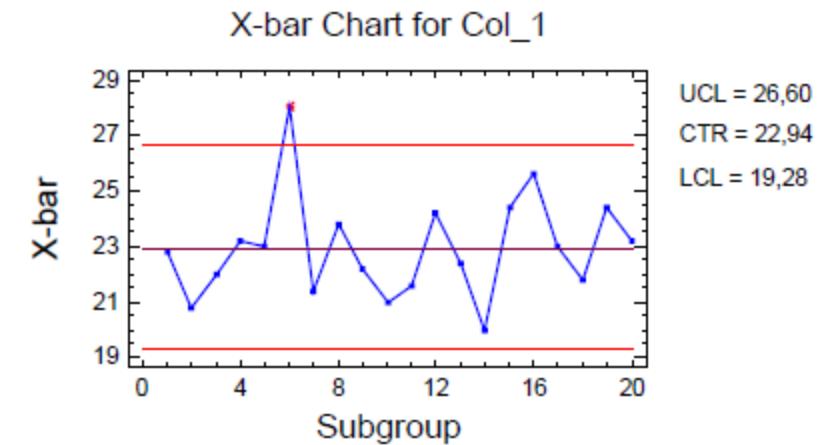
Уколико је вредност \bar{x} или R било којег узорка изван прорачунатих контролних граница, мора се извести корекција.

Корекција се врши тако што се тај комплетирани узорак чија је вредност \bar{x} или R изашла изван контролних граница занемари, односно врши се прорачун нових контролних граница без резултата тог узорка.

На тај начин се одстрањују значајни узроци варијација.

Корекција се врши све док резултати преосталих узорака не буду унутар контролних граница.

Примери \bar{x} і R карата





Рачунски пример x-R карте

1. Предузеће жели пратити како и колико времена је потребно за обраду одређеног дела. Сваки дан у недељи, насумично је мерено трајање 4 операције. Подаци су дати у табели. Израчунати средњу вредност, распон и контролне границе. Дати коментар.

| Узорак | Мерења у минутима | | | |
|-----------|-------------------|----|---|----|
| Понедељак | 5 | 3 | 6 | 10 |
| Уторак | 7 | 5 | 3 | 5 |
| Среда | 1 | 8 | 3 | 12 |
| Четвртак | 7 | 6 | 2 | 1 |
| Петак | 3 | 15 | 6 | 12 |

| Узорак | Мерења у минутима | | | | Средња вредност | Распон |
|-----------|-------------------|----|---|----|-----------------|---------------|
| Понедељак | 5 | 3 | 6 | 10 | 6 | 10-3=7 |
| Уторак | 7 | 5 | 3 | 5 | 5 | 7-3=4 |
| Среда | 1 | 8 | 3 | 12 | 6 | 12-1=11 |
| Четвртак | 7 | 6 | 2 | 1 | 4 | 7-1=6 |
| Петак | 3 | 15 | 6 | 12 | 9 | 15-3=12 |
| | | | | | 30 | $\Sigma R=40$ |

$$\bar{X} = \frac{30}{5} = 6$$

$$\bar{R} = \frac{40}{5} = 8$$

Рачунски пример x-R карте

- X граф:

$$\text{GKG}_{\bar{x}} = \bar{\bar{X}} + A_2 \bar{R} = 6 + 0,729 * 8 = 11,832$$

$$\text{DKG}_{\bar{x}} = \bar{\bar{X}} - A_2 \bar{R} = 6 - 0,729 * 8 = 0,168$$

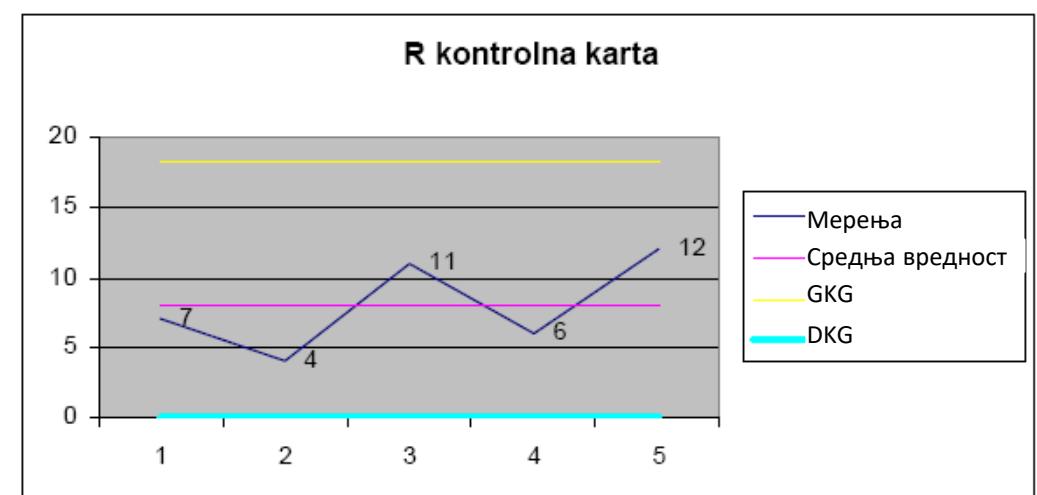
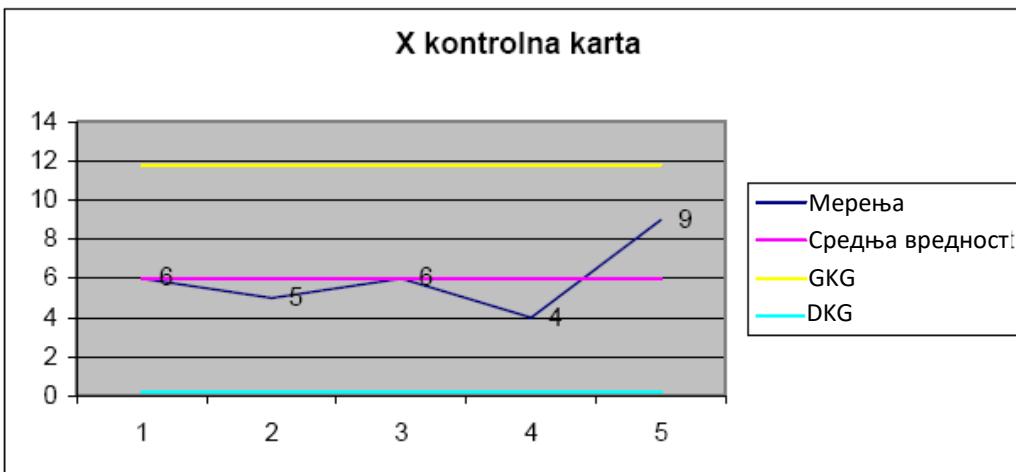
R граф:

$$\text{GKG}_R = D_4 \bar{R} = 2,282 * 8 = 18,256$$

$$\text{DKG}_R = D_3 \bar{R} = 0 * 8 = 0$$



Рачунски пример x-R карте



Закључак: Процес је унутар контролних граница, осим што је у петак средња вредност била знатно већа од осталих.

Задатак 2:

| | 0,2 м | 0,4 м | 0,6 м | 0,8 м | 1,0 м | Просек | Распон |
|-----|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 1. | 0,4720 | 0,2390 | 0,2760 | 0,3960 | 0,4530 | 0,3672 | 0,2330 |
| 2. | 0,3570 | 0,3620 | 0,2140 | 0,3210 | 0,3630 | 0,3234 | 0,1490 |
| 3. | 0,2580 | 0,3400 | 0,3350 | 0,4160 | 0,3260 | 0,3350 | 0,1580 |
| 4. | 0,2440 | 0,3840 | 0,2760 | 0,2590 | 0,3220 | 0,2970 | 0,1400 |
| 5. | 0,2470 | 0,3450 | 0,3070 | 0,2670 | 0,3300 | 0,2992 | 0,0980 |
| 6. | 0,3130 | 0,3320 | 0,3260 | 0,2530 | 0,3470 | 0,3142 | 0,0940 |
| 7. | 0,2480 | 0,3060 | 0,2360 | 0,2980 | 0,3420 | 0,2860 | 0,1060 |
| 8. | 0,3220 | 0,3210 | 0,2870 | 0,2120 | 0,2170 | 0,2718 | 0,1100 |
| 9. | 0,1840 | 0,2680 | 0,2110 | 0,1990 | 0,2060 | 0,2136 | 0,0840 |
| 10. | 0,3040 | 0,1810 | 0,2840 | 0,2640 | 0,1670 | 0,2400 | 0,1370 |
| . | . | . | . | . | . | . | . |
| 32. | 0,3190 | 0,2930 | 0,2780 | 0,3330 | 0,3410 | 0,3128 | 0,0630 |
| 33. | 0,3220 | 0,3450 | 0,3450 | 0,4020 | 0,3330 | 0,3494 | 0,0800 |
| 34. | 0,3720 | 0,3840 | 0,3980 | 0,3990 | 0,4490 | 0,4004 | 0,0770 |
| 35. | 0,2940 | 0,4190 | 0,4700 | 0,3930 | 0,4210 | 0,3994 | 0,1760 |
| 36. | 0,3640 | 0,3830 | 0,3930 | 0,1630 | 0,0430 | 0,2692 | 0,3500 |
| | | | | | | 0,3053 | 0,1270 |

Дати подаци описују проток течности кроз млазнице прскалице која поседује 36 млазница ($k=36$). Проток је мерен на сваких 20 cm у дужини од 1 метра ($n=5$). Коефицијенти потребни за прорачун налазе се у следећој табели. Израчунати границе на 3σ за $\bar{x}R$ контролну карту.

| N | A2¹ | D4² | D3³ |
|----------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| 2 | 1,88 | 3,267 | 0,00 |
| 3 | 1,023 | 2,575 | 0,00 |
| 4 | 0,729 | 2,282 | 0,00 |
| 5 | 0,577 | 2,115 | 0,00 |
| 6 | 0,483 | 2,004 | 0,00 |
| 7 | 0,419 | 1,924 | 0,076 |
| 8 | 0,373 | 1,864 | 0,136 |
| 9 | 0,337 | 1,816 | 0,184 |
| 10 | 0,308 | 1,777 | 0,223 |

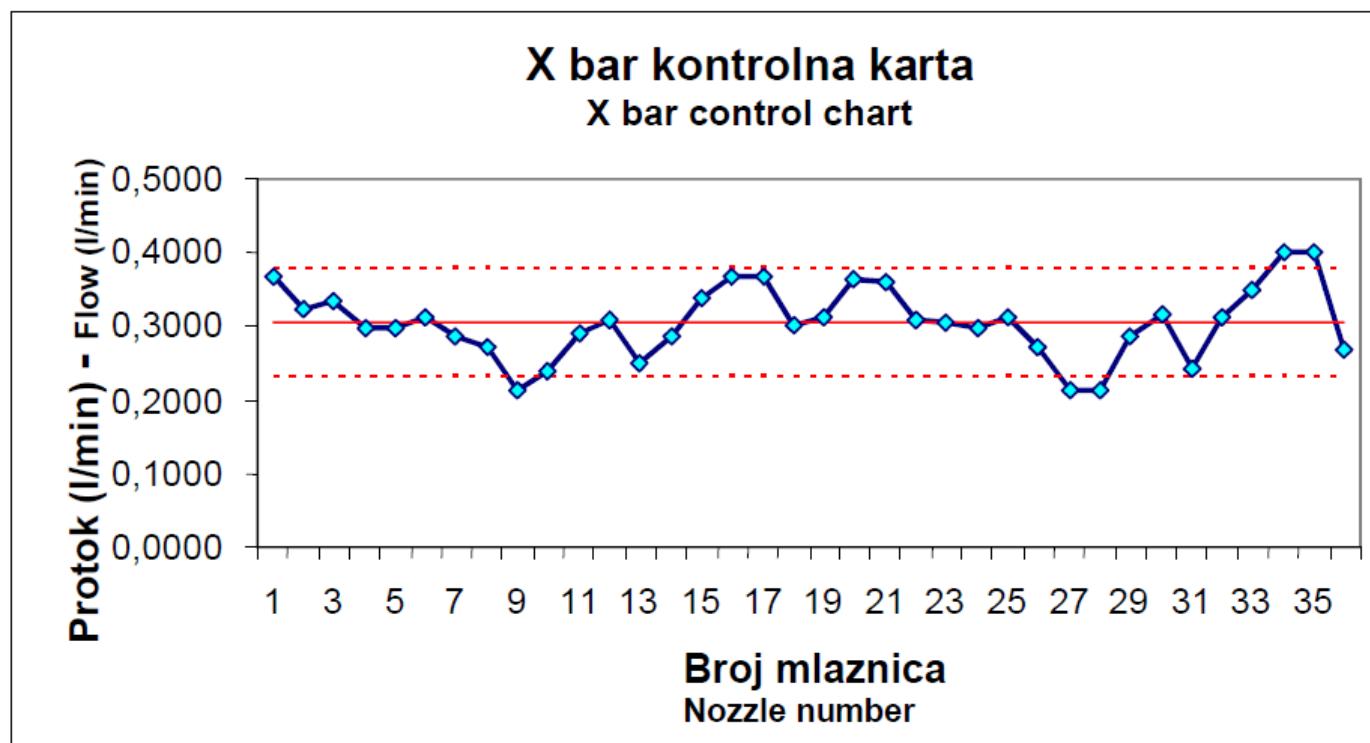
$$\bar{X} = \frac{0,3672 + 0,3234 + 0,3350 + \dots + 0,2692}{36} = \frac{10,9902}{36} = 0,3053$$



$$\bar{R} = \frac{0,2330 + 0,1490 + 0,1580 + \dots + 0,3500}{36} = \frac{4,5720}{36} = 0,1270$$

$$GKG = 0,3053 + 0,577 * 0,1270 = 0,378579$$

$$DKG = 0,3053 - 0,577 * 0,1270 = 0,232021$$



Задатак 3:

| Redni broj uzorka | Redni broj primjerka | | | | | \bar{x} (μm) | R (μm) |
|-------------------------|----------------------|----|----|----|----|--------------------------------|------------------------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | | |
| 1 | 19 | 25 | 45 | 21 | 15 | 25 | 30 |
| 2 | 43 | 40 | 21 | 26 | 20 | 30 | 23 |
| 3 | 12 | 10 | 11 | 45 | 7 | 17 | 38 |
| 4 | 29 | 13 | 20 | 33 | 15 | 22 | 20 |
| 5 | 5 | 15 | 28 | 32 | 20 | 20 | 27 |
| 6 | 28 | 27 | 36 | 40 | 24 | 33 | 13 |
| 7 | 11 | 10 | 17 | 32 | 10 | 16 | 22 |
| 8 | 24 | 8 | 28 | 17 | 38 | 25 | 30 |
| 9 | 24 | 10 | 27 | 28 | 26 | 23 | 18 |
| 10 | 40 | 5 | 30 | 42 | 13 | 26 | 37 |
| 11 | 7 | 32 | 13 | 4 | 14 | 14 | 28 |
| 12 | 6 | 11 | 13 | 39 | 21 | 18 | 33 |
| 13 | 24 | 30 | 18 | 28 | 15 | 23 | 15 |
| 14 | 2 | 8 | 15 | 36 | 4 | 13 | 34 |
| 15 | 34 | 20 | 36 | 37 | 42 | 34 | 22 |
| 16 | 18 | 10 | 22 | 30 | 20 | 20 | 20 |
| 17 | 28 | 11 | 24 | 41 | 23 | 25 | 30 |
| 18 | 19 | 7 | 16 | 14 | 24 | 16 | 17 |
| 19 | 33 | 13 | 33 | 34 | 42 | 31 | 29 |
| 20 | 18 | 32 | 24 | 22 | 24 | 24 | 14 |
| 21 | 35 | 20 | 7 | 25 | 43 | 26 | 36 |
| 22 | 6 | 13 | 27 | 12 | 2 | 12 | 25 |
| 23 | 20 | 22 | 14 | 20 | 34 | 22 | 20 |
| 24 | 15 | 8 | 17 | 24 | 11 | 15 | 16 |
| 25 | 8 | 27 | 25 | 22 | 42 | 25 | 34 |

Током обраде на којима се контролише димензија $x=65\text{H}9\text{mm}$, изабрано је по плану контроле 25 узорака од по 5 примерака и измерена одступања од номиналне мере као у табели. Дати су аритметичка средина и распон. Конструисати одговарајућу карту.

Решење:



$$CL_{\bar{x}} = \bar{\bar{x}} = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K \bar{x}_i = 65 + \frac{1}{25} (0,025 + 0,030 + \dots + 0,025) = 65,022 \text{ mm}$$

$$CL_R = \bar{R} = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K R_i = \frac{1}{25} (0,030 + 0,023 + \dots + 0,034) = 0,0248 \text{ mm}$$

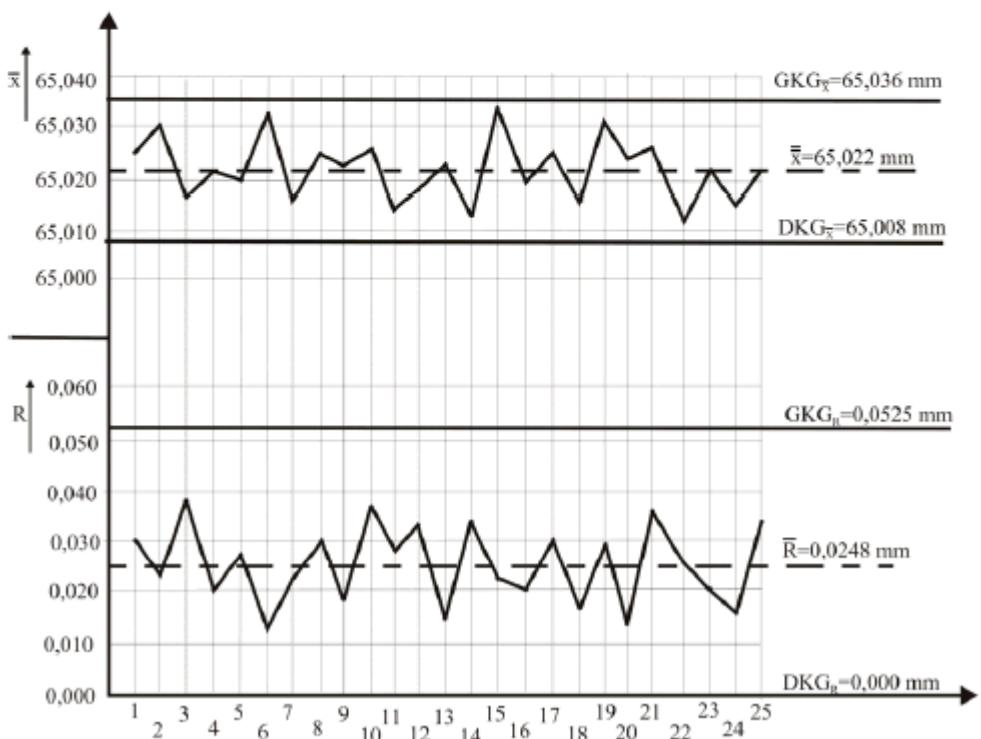
$$GKG_{\bar{x}} = \bar{\bar{x}} + A_2 \bar{R} = 65,022 + 0,577 \cdot 0,0248 = 65,036 \text{ mm}$$

$$DKG_{\bar{x}} = \bar{\bar{x}} - A_2 \bar{R} = 65,022 - 0,577 \cdot 0,0248 = 65,008 \text{ mm}$$

$$GKG_R = D_4 \bar{R} = 2,115 \cdot 0,0248 = 0,0525 \text{ mm}$$

$$DKG_R = D_3 \bar{R} = 0 \cdot 0,0248 = 0 \text{ mm}$$

Ради се о $\bar{x}R$ карти.



Закључак: Свих 25 тачака се налази унутар граничног подручја, а то значи да је технолошки процес стабилан.



Самостални задатак:

Сваки студент добија податке на основу којих је потребно направити контролну карту. На основу добијене карте дати адекватан закључак.

