UPRAVLJANJE ZALIHAMA – DETERMINISTIČKI I STOHASTIČKI MODELI

Model upravljanja zalihama sa konstantnom potražnjom – potražnja je veća od zaliha (***4)

Model upravljanja zalihama sa konstantnom potražnjom, kada je potražnja veća od zaliha, razlikuje se od prethodnog u tome što je u sistemu dopušten nedostatak artikala. Nedostatak artikala u sistemu se kompenzuje tzv. hitnom nabavkom artikala.

Model upravljanja zalihama sa konstantnom potražnjom artikala, kada je potražnja veća od zaliha, karakteriše sledeće: (slika 1) (*1)

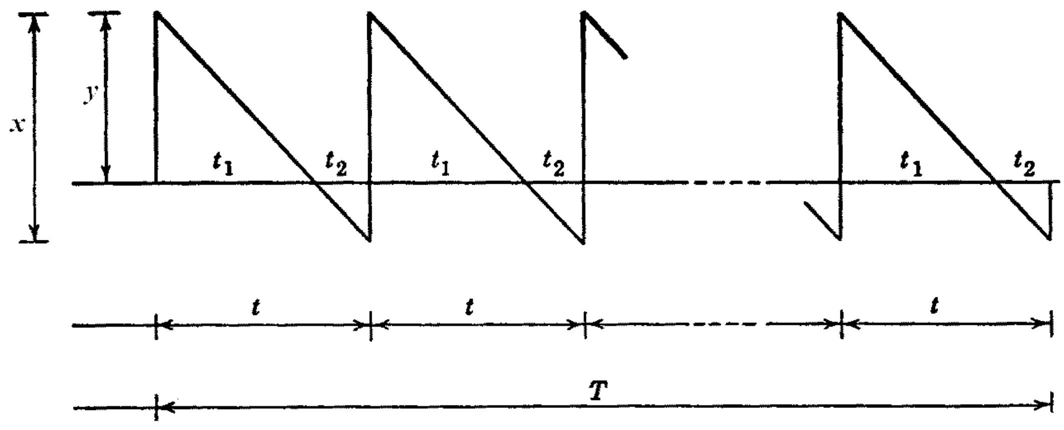
- Potražnja je konstantna i poznata tokom vremenskog perioda **T**,
- Nedostatak artikala je dopustiv, popuna putem hitnih ili interventnih nabavki – $\mathbf{C_2}$ - cena interventne nabavke ili penala po jedinici artikla i jedinici vremena,
- Celokupna količina artikala **A**, potrebna za ceo vremenski period **T**, naručuje se odjedanput,
- Ne postoji početni odnosno završni nivo zaliha za vremenski period **T**,
- Troškovi skladištenja po jedinici artikala i jedinici vremena su poznati ($\mathbf{C_1}$),
- Troškovi jedne pošiljke (isporuke) tj. vrednost aritikala + troškovi nabavke (**C**).

Ukupan broj intervala dužine **t** (broj isporuka) u vremenskom periodu **T** je **n**. Odakle sledi:

$$T = n \cdot t,$$

Nepoznata količina artikala na početku svakog novog intervala vremena **t** označava se sa **x**. Sa druge strane **n** se može odrediti na osnovu sledećeg izraza:

$$n = \frac{A}{x}.$$



Slika 1. Model zaliha sa konstantnom potražnjom – potražnja veća od zaliha. (*1)

Iz sličnosti trouglova (slika 1) slede sledeće zavisnosti:

$$t_1 = \frac{y}{x} \cdot t; \quad t_2 = \frac{x-y}{x} \cdot t\,.$$

gde je: $\mathbf{t_1}$ – podinterval u kome nema nedostatka artikala, $\mathbf{t_2}$ – podinterval u kome se javlja nedostatak artikala, **t** – vremenski interval između dve isporuke (porudžbine), **x** – količina artikala koja se isporučuje pri svakoj isporuci (veličina porudžbine), **y** – količina artikala na početku svakog vremenskog intervala **t**.

Srednja količina zaliha u toku podintervala $\mathbf{t_1}$ je $\frac{y}{2}$ pa su troškovi čuvanja zaliha za interval $\mathbf{t_1}$ jednaki:

$$\frac{y}{2} \cdot C_1 \cdot t_1,$$

gde je C_1 – cena skladištenja jedinice artikla u jedinici vremena.

Srednja količina nedostajućih zaliha za podinterval $\mathbf{t_2}$ je jednaka $\frac{x-y}{2}$ a troškovi hitne nabavke nedostajuće količine zaliha iznose:

$$\frac{C_2 \cdot t_2}{2} \cdot (x-y),$$

gde je C_2 – troškovi hitne nabavke jedinice artikla u jedinici vremena (jedinični troškovi nezadovoljene potražnje).

Ukupni troškovi čuvanja zaliha (svih porudžbina) za ceo vremenski period **T** iznose: (funkcija ukupnih troškova)

$$F(x,y) = \left(\frac{y}{2} \cdot C_1 \cdot t_1 + \frac{x-y}{2} \cdot C_2 \cdot t_2 + C \right) \cdot n$$

$$= \frac{y}{2} \cdot C_1 \cdot \frac{y}{x} \cdot t \cdot n + \frac{x-y}{2} \cdot C_2 \cdot \frac{x-y}{x} \cdot t \cdot n + C \cdot n, \text{ odnosno}$$

$$F(x,y) = \frac{y^2 \cdot C_1 \cdot T}{2 \cdot x} + \frac{(x-y)^2 \cdot C_2 \cdot T}{2 \cdot x} + \frac{C \cdot A}{x}, \quad (*3)$$

gde je C – nabavke troškovi jedne isporuke (pošiljke).

Funkcija ukupnih troškova je funkcija dve slučajne promenljive, pa je za određivanje minimuma ukupnih troškova tj. optimalne veličine jedne porudžbine i optimalne količina artikala na početku svakog vremenskog intervala **t**, potrebno je odrediti parcijalne izvode $\frac{\partial F}{\partial x}$ i $\frac{\partial F}{\partial y}$, izjednačiti ih sa nulom i rešiti tako dobijeni sistem jednačina.

Određivanje parcijalnog izvoda $\partial F / \partial x$:

$$\frac{\partial F(x,y)}{\partial x} = -\frac{y^2 \cdot C_1 \cdot T}{2 \cdot x^2} + \frac{2 \cdot x \cdot 2 \cdot (x-y) \cdot 1 \cdot C_2 \cdot T - 2 \cdot (x-y)^2 \cdot C_2 \cdot T}{4 \cdot x^2} - \frac{C \cdot A}{x^2} = 0$$

odnosno:

$$\frac{\partial F(x,y)}{\partial x} = \frac{-y^2 \cdot C_1 \cdot T + x^2 \cdot C_2 \cdot T - y^2 \cdot C_2 \cdot T - 2 \cdot C \cdot A}{2 \cdot x^2} = 0$$

Određivanje parcijalnog izvoda $\partial F / \partial y$:

$$\frac{\partial F(x,y)}{\partial y} = \frac{y \cdot C_1 \cdot T}{x} - \frac{(x-y) \cdot C_2 \cdot T}{x} = 0$$

odnosno:

$$\frac{\partial F(x,y)}{\partial y} = \frac{y \cdot C_1 \cdot T - x \cdot C_2 \cdot T + y \cdot C_2 \cdot T}{x} = 0$$

Sistem jednačina koji treba rešiti da bi se dobila optimalna rešenja za **x** i **y** su:

$$x^2 \cdot C_2 - (C_1 + C_2) \cdot y^2 = \frac{2 \cdot C \cdot A}{T},$$

$$y = x \cdot \frac{C_2}{C_1 + C_2},$$

odakle se zamenom drugog izraza u prvi i rešavanjem po *x*, dobija:

$$x = \pm\sqrt{2 \cdot \frac{C \cdot A}{T \cdot C_1}} \cdot \sqrt{\frac{C_1 + C_2}{C_2}}.$$

Kako veličina porudžbine mora biti veća od nule to se rešenje sa znakom „–“ odbacuje i optimalna vrednost za x^* iznosi:

$$x^* = \sqrt{2 \cdot \frac{C \cdot A}{T \cdot C_1}} \cdot \sqrt{\frac{C_1 + C_2}{C_2}}.$$

Vraćanjem prethodnog izraza u drugu jednačinu sistema dobija se optimalna vrednost za y^*:

$$y^* = \sqrt{2 \cdot \frac{C \cdot A}{T \cdot C_1}} \cdot \sqrt{\frac{C_2}{C_1 + C_2}}.$$

Tačka čije su koordinate (x^*, y^*), predstavlja stacionarnu tačku odnosno tačku u kojoj funkcija $F(x,y)$ dostiže ekstremnu vrednost.

Da bi se odredila priroda stacionarne tačke, prvo je potrebno odrediti oblik funkcije $F(x,y)$ u okolini stacionarne tačke. Od interesa za dati problem su sve fizički realne vrednosti za promenljive x i y, a to je oblast definisanosti funkcije $F(x,y)$ po promenljivoj x u intervalu (0, ∞) i po promenljivoj y u intervalu (0, ∞). U tu svrhu potrebno je formirati Hessian matricu (H), tj. odrediti druge parcijalne izvode:

$$\frac{\partial^2 F(x,y)}{\partial x^2} = \frac{y^2 \cdot T \cdot (C_1 + C_2) + 2 \cdot C \cdot A}{x^3}, \quad \frac{\partial^2 F(x,y)}{\partial y^2} = \frac{T \cdot (C_1 + C_2)}{x},$$

$$\frac{\partial^2 F(x,y)}{\partial x \cdot \partial y} = -\frac{y \cdot T \cdot (C_1 + C_2)}{x^2},$$

$$H = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial^2 F(x,y)}{\partial x^2} & \dfrac{\partial^2 F(x,y)}{\partial x \cdot \partial y} \\ \dfrac{\partial^2 F(x,y)}{\partial y \cdot \partial x} & \dfrac{\partial^2 F(x,y)}{\partial y^2} \end{bmatrix}.$$

Prvi glavni minor Hessian matrice D_1 je:

$$D_1 = \frac{\partial^2 F(x,y)}{\partial x^2} = \frac{y^2 \cdot T \cdot (C_1 + C_2) + 2 \cdot C \cdot A}{x^3} > 0,$$

za sve vrednosti iz zahtevane oblasti definisanosti funkcije $F(x,y)$.

Drugi glavni minor Hessian matrice D_2 je:

$$D_2 = \det[H] = \frac{2 \cdot C \cdot A \cdot T \cdot (C_1 + C_2)}{x^4} > 0,$$

takođe za sve vrednosti iz zahtevane oblasti definisanosti funkcije $F(x,y)$.

Kako su glavni minori Hessian matrice veći od nule, to je na osnovu Silvester-ovog kriterijma Hessian matrica pozitivno definitna, na celoj oblasti definisanosti funkcije od interesa za dati problem.

Na osnovu definitnosti Hessian matrice i činjenice da postoji samo jedna stacionarna tačka na oblasti definisanosti od interesa za dati problem, zaključuje se da je funkcija $F(x,y)$ konveksna i da stacionarna tačka (x^*, y^*) predstavlja koordinate lokalnog minimuma funkcije $F(x,y)$.

Ostale optimalne vrednosti dobijaju se zamenom izraza za x^* i y^* u odgovarajuće izraze kao:

– vremenski interval između isporuka:

$$t = t^* = \frac{T}{A} \cdot x^* = \frac{T}{A} \cdot \sqrt{2 \cdot \frac{C \cdot A}{T \cdot C_1}} \cdot \sqrt{\frac{C_1 + C_2}{C_2}} = \sqrt{2 \cdot \frac{T \cdot C}{A \cdot C_1}} \cdot \sqrt{\frac{C_1 + C_2}{C_2}},$$

$$t_1 = t_1^* = \frac{y^*}{x^*} \cdot t^* = \sqrt{2 \cdot \frac{T \cdot C}{A \cdot C_1}} \cdot \sqrt{\frac{C_2}{C_1 + C_2}},$$

$$t_2 = t_2^* = \frac{x^* - y^*}{x^*} \cdot t^* = t^* - t_1^* = \sqrt{2 \cdot \frac{T \cdot C}{A \cdot C_1}} \cdot \sqrt{\frac{C_1 + C_2}{C_2}} \cdot \left(1 - \frac{C_2}{C_1 + C_2}\right).$$

– optimalni broj isporuka:

$$n = n^* = \frac{A}{x^*} \cdot = \sqrt{\frac{A \cdot T \cdot C_1}{2 \cdot C}} \cdot \sqrt{\frac{C_2}{C_1 + C_2}}.$$

– optimalna (minimalna) vrednost ukupnih troškova:

$$F\left(x^*, y^*\right) = \frac{y^{*2} \cdot C_1 \cdot T}{2 \cdot x^*} + \frac{\left(x^* - y^*\right)^2 \cdot C_2 \cdot T}{2 \cdot x^*} + \frac{C \cdot A}{x^*}, \text{ odnosno}$$

$$F\left(x^*, y^*\right) = \sqrt{2 \cdot A \cdot C \cdot T \cdot C_1} \cdot \sqrt{\frac{C_2}{C_1 + C_2}}.$$

STOHASTIČKI MODELI – Potražnja definisana diskretnom raspodelom verovatnoća

Model upravljanja zalihama sa slučajnom potražnjom (***7)

Potražnja u sistemu snabdevanja određenim artiklom ima stohastički (slučajni) karakter i zadaje se diskretnim zakonom raspodele verovatnoća $p(x)$. Ako je potražnja **x** manja od nivoa zaliha **y** tada su troškovi nabavke C_1, u slučaju da je potražnja **x** veća od nivoa zaliha tada su troškovi nabavke – interventne nabavke C_2. Troškovi skladištenja su daleko manji od C_1 i C_2 i zanemaruju se. Proces upravljanja zalihama **ne zavisi od vremena**. Troškovi C_1 su daleko manji nego troškovi C_2. Troškovi C_1 i C_2 predstavljaju cenu nabavke po jedinici artikla (rezervnog dela). (*5)

Model se primenjuje za obezbeđivanje rezervnih delova za složene uređaje. Nabavka rezervnih delova zajedno sa mašinom vrši se po ceni C_1, dok se interventna nabavka realizuje po ceni C_2. Verovatnoća da će potražnja biti **x** data je diskretnim zakonom raspodele verovatnoća $p(x)$. Trošenje zaliha je pojedinačno (diskretno). (*5)

Funkcija ukupnih troškova je oblika:

$$F(y) = C_1 \cdot \sum_{x=0}^{y} p(x) \cdot (y - x) + C_2 \cdot \sum_{x=y+1}^{\infty} p(x) \cdot (x - y).$$ (*6)

Minimum funkcije ukupnih troškova postoji za y^* koje zadovoljava sledeću nejednačinu:

$$P\left(x \le y^* - 1\right) < \frac{C_2}{C_1 + C_2} < P\left(x \le y^*\right).$$

<u>Dokaz:</u>
Zamenom **y+1** umesto **y** u izrazu za funkciju cilja dobija se:

$$F(y+1) = C_1 \cdot \sum_{x=0}^{y+1} p(x) \cdot (y + 1 - x) + C_2 \cdot \sum_{x=y+2}^{\infty} p(x) \cdot (x - y - 1),$$

$$F(y+1) = C_1 \cdot \sum_{x=0}^{y} p(x) \cdot (y + 1 - x) + C_1 \cdot p(y+1) \cdot (y + 1 - y - 1) +$$

$$+ C_2 \cdot \sum_{x=y+1}^{\infty} p(x) \cdot (x - y - 1) - C_2 \cdot p(y+1) \cdot (y + 1 - y - 1)$$

$$F(y+1) = C_1 \cdot \sum_{x=0}^{y} p(x) \cdot (y - x) + C_1 \cdot \sum_{x=0}^{y} p(x) +$$

$$+ C_2 \cdot \sum_{x=y+1}^{\infty} p(x) \cdot (x - y) - C_2 \cdot \sum_{x=y+1}^{\infty} p(x)$$

Zamenom $\sum_{x=y+1}^{\infty} p(x) = 1 - \sum_{x=0}^{y} p(x)$ u prethodni izraz dobija se:

$$F(y+1) = C_1 \cdot \sum_{x=0}^{y} p(x) \cdot (y - x) + C_2 \cdot \sum_{x=y+1}^{\infty} p(x) \cdot (x - y) + (C_1 + C_2) \cdot \sum_{x=0}^{y} p(x) - C_2$$

odnosno:

$$F(y+1) = F(y) + (C_1 + C_2) \cdot \sum_{x=0}^{y} p(x) - C_2.$$

Na isti način dobija se i izraz za $F(y-1)$:

$$F(y-1)=F(y)-(C_1+C_2)\cdot\sum_{x=0}^{y-1}p(x)+C_2.$$

Ako je y^* optimalna količina zaliha za koju su ukupni troškovi minimalni tada je zadovoljena sledeća nejednakost:

$$F(y^*-1)>F(y^*)<F(y^*+1) \text{ ili}$$

$$F(y^*)-(C_1+C_2)\cdot\sum_{x=0}^{y^*-1}p(x)+C_2>F(y^*)<F(y^*)+(C_1+C_2)\cdot\sum_{x=0}^{y^*}p(x)-C_2.$$

Da bi važila gornja nejednakost moraju biti ispunjeni sledeći uslovi:

$$-(C_1+C_2)\cdot\sum_{x=0}^{y^*-1}p(x)+C_2>0$$

$$+(C_1+C_2)\cdot\sum_{x=0}^{y^*}p(x)-C_2>0$$

Rešavanjem gornje dve nejednačine dobija se:

$$\sum_{x=0}^{y^*-1}p(x)<\frac{C_2}{(C_1+C_2)}$$

$$\sum_{x=0}^{y^*}p(x)>\frac{C_2}{(C_1+C_2)}$$

Ako se gornje dve nejednakosti napišu kao jedna dobija se:

$$\sum_{x=0}^{y^*-1}p(x)<\frac{C_2}{(C_1+C_2)}<\sum_{x=0}^{y^*}p(x), \text{ odnosno}$$

$$P\left(x\le y^*-1\right)<\frac{C_2}{C_1+C_2}<P\left(x\le y^*\right),$$

čime je dokaz završen.

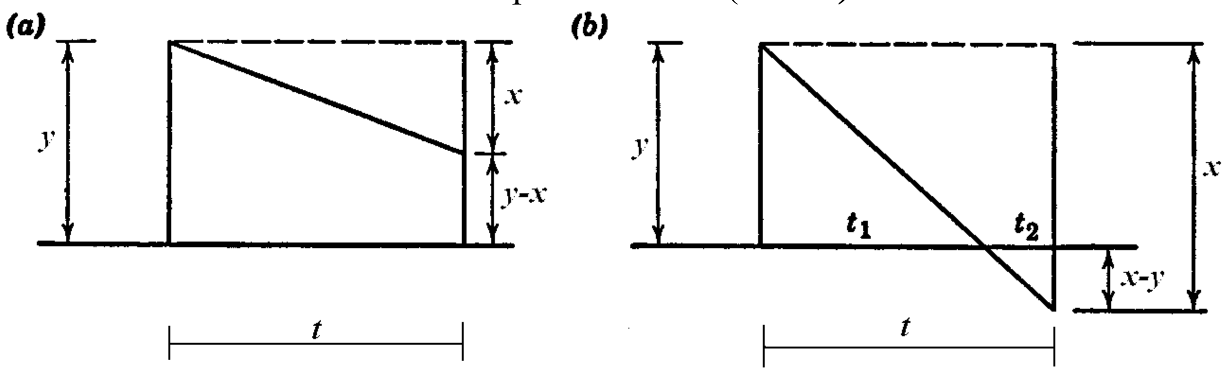
Opšti model upravljanja zalihama sa slučajnom potražnjom (*11)**

Model je sličan prethodnom s tim što je trošenje zaliha kontinualno. Intenzitet trošenja zaliha tj. brzina trošenja zaliha je konstantna. Potražnja se zadovoljava kontinualno. Intenzitet nabavke zaliha je približno konstantan (vrši se u približno istim vremenskim intervalima **t**) ali veličina porudžbine nije konstantna. Smatra se da je isporuka porudžbine trenutna.

Zahtevi za artiklima (zalihama, rezervnim delovima) u određenom vremenskom periodu definišu se preko diskretnog zakona raspodele verovatnoća $p(x)$. (*8)

Oznake koje se koriste u modelu su sledeće:
- y – nivo zaliha u sistemu,
- x – potražnja,
- C_1 – troškovi držanja (nabavka+čuvanje) zaliha po jedinici artikla (rezervnog dela); potražnja manja od zaliha,
- C_2 – troškovi nezadovoljene potražnje (interventne nabavke, penali) po jedinici artikla (rezervnog dela); potražnja veća od zaliha,
- p(x) – verovatnoća da će potražnja biti x jedinica.

Promena zaliha u sistemu može se prikazati kao: (slika 2)



Slika 2. Načini promene zaliha u sistemu. (*9)

I slučaj (a): Nivo zaliha u sistemu je veći od potražnje (y>x), slika 2a.

Srednji nivo zaliha, u intervalu **t**, u ovom slučaju iznosi:

$$y-\frac{x}{2}.$$

Verovatnoća da će potražnja biti **x** jedinica je $p(x)$, odakle sledi da su troškovi za interval **t** u I slučaju (a) jednaki:

$$C_1\cdot\sum_{x=0}^{y}p(x)\cdot\left(y-\frac{x}{2}\right).$$

II slučaj (b): Nivo zaliha u sistemu je manji od potražnje (y<x), slika 2b.

U ovom slučaju samo u podintervalu $\mathbf{t_1}$ je moguće zadovoljiti potražnju, tada je srednji nivo zaliha jednak:

$$\frac{y}{2}\cdot\frac{t_1}{t}=\frac{y}{2}\cdot\frac{y}{x}=\frac{y^2}{2\cdot x}.$$

Za drugi deo intervala **t**, podinterval $\mathbf{t_2}$, javljaju se troškovi usled nedostatka zaliha.

Srednji nivo nedostajućih zaliha je jednak:

$$\frac{(x-y)}{2}\cdot\frac{t_2}{t}=\frac{(x-y)}{2}\cdot\frac{(x-y)}{x}=\frac{(x-y)^2}{2\cdot x}.$$

Troškovi za interval **t** u II slučaju (b), ako je $p(x)$ verovatnoća da će potražnja biti **x** jedinica, su:

$$\sum_{x=y+1}^{\infty}\left[C_1\cdot\frac{y^2}{2\cdot x}+C_2\cdot\frac{(x-y)^2}{2\cdot x}\right]\cdot p(x).$$

Funkcija ukupnih troškova za interval **t** je data sledećim izrazom (a)+(b):

$$F(y)=C_1\cdot\sum_{x=0}^{y}p(x)\cdot\left(y-\frac{x}{2}\right)+\sum_{x=y+1}^{\infty}\left[C_1\cdot\frac{y^2}{2\cdot x}+C_2\cdot\frac{(x-y)^2}{2\cdot x}\right]\cdot p(x).\quad(*10)$$

Optimalni nivo zaliha za interval **t**, dobija se nalaženjem minimuma funkcije ukupnih troškova F(y). U tu svrhu potrebno je u funkciju ukupnih troškova umesto y zameniti y+1 odnosno y–1.

$$F(y+1)=C_1\cdot\sum_{x=0}^{y+1}p(x)\cdot\left(y+1-\frac{x}{2}\right)+\sum_{x=y+2}^{\infty}\left[C_1\cdot\frac{(y+1)^2}{2\cdot x}+C_2\cdot\frac{(x-y-1)^2}{2\cdot x}\right]\cdot p(x)$$

Sređivanjem gornjeg izraza postepeno po sabircima dobija se:

$$C_1\cdot\sum_{x=0}^{y+1}p(x)\cdot\left(y+1-\frac{x}{2}\right)=C_1\cdot\sum_{x=0}^{y}p(x)\cdot\left(y+1-\frac{x}{2}\right)+C_1\cdot\left(y+1-\frac{y+1}{2}\right)\cdot p(y+1)=$$

$$=C_1\cdot\sum_{x=0}^{y}p(x)\cdot\left(y-\frac{x}{2}\right)+C_1\cdot\sum_{x=0}^{y}p(x)+C_1\cdot\frac{y+1}{2}\cdot p(y+1)$$

$$\sum_{x=y+2}^{\infty}\left[C_1\cdot\frac{(y+1)^2}{2\cdot x}+C_2\cdot\frac{(x-y-1)^2}{2\cdot x}\right]\cdot p(x)=$$

$$\sum_{x=y+1}^{\infty}\left[C_1\cdot\frac{(y+1)^2}{2\cdot x}+C_2\cdot\frac{(x-y-1)^2}{2\cdot x}\right]\cdot p(x)-$$

$$-C_1\cdot\frac{(y+1)^2}{2\cdot(y+1)}\cdot p(y+1)-C_2\cdot\frac{(y+1-y-1)}{2\cdot(y+1)}\cdot p(y+1)$$

$$\sum_{x=y+1}^{\infty}\left[C_1\cdot\frac{y^2}{2\cdot x}+C_1\cdot\frac{2\cdot y+1}{2\cdot x}+C_2\cdot\frac{(x-y)^2}{2\cdot x}+C_2\cdot\frac{-2\cdot(x-y)+1}{2\cdot x}\right]\cdot p(x)-$$

$$-C_1\cdot\frac{y+1}{2}\cdot p(y+1)$$

$$\sum_{x=y+1}^{\infty}\left[C_1\cdot\frac{y^2}{2\cdot x}+C_2\cdot\frac{(x-y)^2}{2\cdot x}\right]\cdot p(x)+\sum_{x=y+1}^{\infty}\left[\frac{C_1}{x}\cdot\left(y+\frac{1}{2}\right)+\frac{C_2}{x}\cdot\left(y+\frac{1}{2}\right)\right]\cdot p(x)-$$

$$-C_2\cdot\sum_{x=y+1}^{\infty}p(x)-C_1\cdot\frac{y+1}{2}\cdot p(y+1)$$

Konačan izraz za F(y+1) glasi:

$$F(y+1)=F(y)+C_1\cdot\sum_{x=0}^{y}p(x)+\left(y+\frac{1}{2}\right)\cdot\sum_{x=y+1}^{\infty}\left[(C_1+C_2)\cdot\frac{p(x)}{x}\right]-C_2\cdot\left[1-\sum_{x=0}^{y}p(x)\right]$$

odnosno:

$$F(y+1)=F(y)+(C_1+C_2)\cdot\sum_{x=0}^{y}p(x)+\left(y+\frac{1}{2}\right)\cdot(C_1+C_2)\cdot\sum_{x=y+1}^{\infty}\frac{p(x)}{x}-C_2$$

$$F(y+1)=F(y)+(C_1+C_2)\cdot\left[P(x\le y)+\left(y+\frac{1}{2}\right)\cdot\sum_{x=y+1}^{\infty}\frac{p(x)}{x}\right]-C_2.$$

Sa G(y) označava se sledeći deo prethodnog izraza:

$$G(y)=P(x\le y)+\left(y+\frac{1}{2}\right)\cdot\sum_{x=y+1}^{\infty}\frac{p(x)}{x},$$

što dovodi do sažetog izraza za F(y+1) kao:

$$F(y+1)=F(y)+(C_1+C_2)\cdot G(y)-C_2.$$

Na sličan način stavljajući y–1 u jednačinu za ukupne troškove F(y) dobija se:

$$F(y-1)=F(y)-(C_1+C_2)\cdot G(y-1)+C_2 .$$

Na osnovu dve poslednje jednačine proizilazi da će minimum funkcije ukupnih troškova biti za onu vrednost y^* koja zadovoljava sledeće nejednakosti:

$$\mathrm{F}(\mathrm{y}^*-1)>\mathrm{F}(\mathrm{y}^*)<\mathrm{F}(\mathrm{y}^*+1) \text{ ili}$$

$$F(y^*)-(C_1+C_2)\cdot G(y^*-1)+C_2>F(y^*)<F(y^*)+(C_1+C_2)\cdot G(y^*)-C_2 .$$

Da bi važila gornja nejednakost moraju biti ispunjeni sledeći uslovi:

$$(\mathrm{C}_1+\mathrm{C}_2)\cdot \mathrm{G}(\mathrm{y}^*)-\mathrm{C}_2>0 \text{, odnosno } \mathrm{G}(\mathrm{y}^*)>\frac{\mathrm{C}_2}{(\mathrm{C}_1+\mathrm{C}_2)}$$

$$-(\mathrm{C}_1+\mathrm{C}_2)\cdot \mathrm{G}(\mathrm{y}^*-1)+\mathrm{C}_2>0 \text{, odnosno } \mathrm{G}(\mathrm{y}^*-1)<\frac{\mathrm{C}_2}{(\mathrm{C}_1+\mathrm{C}_2)},$$

ili

$$\mathrm{G}(\mathrm{y}^*-1)<\frac{\mathrm{C}_2}{(\mathrm{C}_1+\mathrm{C}_2)}<\mathrm{G}(\mathrm{y}^*) .$$

Ako je: $\mathrm{G}(\mathrm{y}^*)=\frac{\mathrm{C}_2}{(\mathrm{C}_1+\mathrm{C}_2)}$, tada će optimalna vrednost za y biti ili y^* ili y^*+1.

Ako je: $\mathrm{G}(\mathrm{y}^*-1)=\frac{\mathrm{C}_2}{(\mathrm{C}_1+\mathrm{C}_2)}$, tada će optimalna vrednost za y biti ili y^*-1 ili y^*.

PITANJA:

1. Karakteristike Modela upravljanja zalihama sa konstantnom potražnjom artikala kada je potražnja veća od zaliha.
2. Dijagram Modela upravljanja zalihama sa konstantnom potražnjom – potražnja veća od zaliha.
3. Funkcija ukupnih troškova Modela upravljanja zalihama sa konstantnom potražnjom – potražnja veća od zaliha.
4. Model upravljanja zalihama sa konstantnom potražnjom – potražnja veća od zaliha.
5. Karakteristike i primena Modela upravljanja zalihama sa slučajnom potražnjom.
6. Funkcija ukupnih troškova Modela upravljanja zalihama sa slučajnom potražnjom.
7. Model upravljanja zalihama sa slučajnom potražnjom.
8. Karakteristike Opšteg modela upravljanja zalihama sa slučajnom potražnjom.
9. Dijagram Opšteg modela upravljanja zalihama sa slučajnom potražnjom.
10. Funkcija ukupnih troškova Opšteg modela upravljanja zalihama sa slučajnom potražnjom.
11. Opšti model upravljanja zalihama sa slučajnom potražnjom.