

Zadatak 01:

Proizvođač se obavezao da isporuči $A=24000$ jedinica nekog rezervnog dela u toku godine ($T=12$ meseci). Proizvođač mora dnevnu proizvodnju da skladišti jer naručilac ne poseduje skladišni prostor. U slučaju da dođe do neuredne isporuke dolazi do otkaza cele porudžbine. Mesečni troškovi skladištenja po jedinici rezervnog dela su $C_1 = 0,1 \cdot 10^3$ NJ, dok su troškovi jedne isporuke $C = 350 \cdot 10^3$ NJ. Odrediti: optimalni broj rezervnih delova pri svakoj isporuci x^* , optimalnu dužinu intervala između dve isporuke t^* , optimalni broj isporuka n^* kao i optimalne ukupne troškove $F(x^*)$ čuvanja zaliha za vremenski period T .

Rešenje:

Kako je potražnja za rezervnim delovima unapred poznata (konstantna) i pošto se celokupna količina rezervnih delova naručuje se odjednom u toku posmatranog vremenskog perioda a nedostatak rezervnih delova nije dopustiv, za određivanje optimalnih ukupnih troškova čuvanja zaliha koristi se *model upravljanja zalihama sa konstantnom potražnjom artikala, kada je potražnja jednaka zalihama*.

Optimalna veličina isporuke x^* određuje se na osnovu izraza:

$$x = x^* = \sqrt{2 \cdot \frac{A \cdot C}{T \cdot C_1}} = \sqrt{2 \cdot \frac{24000 \cdot 350 \cdot 10^3}{12 \cdot 0,1 \cdot 10^3}} \cong 3742 \text{ rezervna dela.}$$

Optimalan broj isporuka je jednak:

$$n = n^* = \frac{A}{x^*} = \sqrt{\frac{A \cdot T \cdot C_1}{2 \cdot C}} \rightarrow \frac{24000}{3742} = 6,414 \text{ isporuke.}$$

Optimalni vremenski interval između isporuka je:

$$t = t^* = \frac{T}{A} \cdot x^* = \sqrt{2 \cdot \frac{T \cdot C}{A \cdot C_1}}$$

$$t^* = \frac{12}{24000} \cdot 3742 = 1,871 \text{ meseci ili } 8,02 \text{ nedelje.}$$

Optimalni ukupni troškovi čuvanja zaliha za vremenski period T iznose:

$$F(x) = F(x^*) = \frac{C_1 \cdot T}{2} \cdot x^* + \frac{C \cdot A}{x^*} = \sqrt{2 \cdot A \cdot T \cdot C_1 \cdot C},$$

$$F(x^*) = \sqrt{2 \cdot 24000 \cdot 12 \cdot 0,1 \cdot 10^3 \cdot 350 \cdot 10^3} = 4490 \cdot 10^3 \text{ NJ.}$$

Zadatak 01a:

Za optimalnu veličinu isporuke, iz prethodnog zadatka, od $x^* = 3742$ rezervna dela, odrediti veličini signalne zalihe Q_s ako $Z=1000$ istih mašina koristi dati rezervni deo. Srednje vreme bezotkaznog rada rezervnog dela je raspodeljeno po eksponencijalnoj raspodeli sa intenzitetom otkaza $\lambda = 0,067$ otkaza/dan, dok je vreme potrebno za nabavku jedne isporuke $t_i = 15$ dana.

Rešenje:

Srednji broj zamena datog elementa na jednoj mašini definisan je funkcijom obnavljanja tj. $H(t)$. U ovom slučaju potrebno je odrediti vrednost funkcije obnavljanja za vremenski interval koji je potreban za nabavku jedne isporuke tj. za $t_i = 15$ dana.

Pošto je srednje vreme rada do otkaza, svih rezervnih delova, raspodeljeno po eksponencijalnoj raspodeli, to proces zamene rezervnih delova predstavlja Poasonov proces obnavljanja. Za Poasonov proces obnavljanja i vremenski interval ($0 \div t_i = 15$), funkcija obnavljanja ima sledeću vrednost:

$$H(t_i) = \lambda \cdot t_i \rightarrow H(15) = 0,067 \cdot 15 = 1,005 \text{ otkaza,}$$

što znači da srednji broj zamena datog elementa po jednoj mašini za $t_i = 15$ dana iznosi 1,005.

U slučaju $Z=1000$ istih mašina, za $t_i = 15$ dana, potreban broj rezervnih delova za zamenu će biti:

$$Z \cdot H(t_i) = 1000 \cdot H(15) = 1000 \cdot 1,005 = 1005 \text{ komada,}$$

odakle sledi da veličina signalne zalihe iznosi $Q_s = 1005$ komada.

Zadatak 02:

Ugovorene obaveze proizvođača prema kupcu su $A=600$ rezervnih delova, koji se moraju isporučivati ravnomerno sa skladišta proizvođača u toku godine ($T=12$ meseci). U slučaju neuredne isporuke dolazi do otkaza cele porudžbine. Mesečni troškovi skladištenja po jedinici rezervnog dela su $C_I = 0,3 \cdot 10^3$ NJ, dok troškovi jedne isporuke zavise od njene veličine (x) i definisani su izrazom: $C(x) = (8 \cdot x + 20) \cdot 10^3$ NJ. Odrediti: optimalni broj rezervnih delova pri svakoj isporuci x^* , optimalnu dužinu intervala između dve isporuke t^* , optimalni broj isporuka n^* kao i optimalne ukupne troškove $F(x^*)$ čuvanja zaliha za vremenski period T .

Rešenje:

Kako nedostatak rezervnih delova nije dopustiv a cela količina rezervnih delova je unapred ugovorena, za određivanje optimalnih ukupnih troškova čuvanja zaliha koristi se *model upravljanja zalihama sa konstantnom potražnjom artikala, kada je potražnja jednaka zalihama*.

Pošto su troškovi jedne isporuke dati u zavisnosti od njene veličine, optimalni broj rezervnih delova pri svakoj isporuci x^* se određuje iz izraza za ukupne troškove čuvanja zaliha:

$$F(x) = \frac{C_I \cdot T}{2} \cdot x + \frac{C \cdot A}{x} = \frac{0,3 \cdot 10^3 \cdot 12}{2} \cdot x + \frac{(8 \cdot x + 20) \cdot 10^3 \cdot 600}{x},$$

$$F(x) = (1,8 \cdot x + \frac{12000}{x} + 4800) \cdot 10^3,$$

tj. njegovim diferenciranjem po x i izjednačavanjem sa nulom:

$$\frac{dF(x)}{dx} = (1,8 - \frac{12000}{x^2}) \cdot 10^3 = 0,$$

odakle sledi da je optimalni broj rezervnih delova pri svakoj isporuci x^* jednak:

$$x^* = \sqrt{\frac{12000}{1,8}} = 81,65 \rightarrow x^* \cong 82 \text{ komada.}$$

Optimalan broj isporuka je jednak:

$$n^* = \frac{A}{x^*} = \frac{600}{82} = 7,32 \text{ isporuke.}$$

Optimalni vremenski interval između isporuka je:

$$t^* = \frac{T}{A} \cdot x^* = \frac{12}{600} \cdot 82 = 1,64 \text{ meseci.}$$

Optimalni ukupni troškovi čuvanja zaliha za vremenski period T iznose:

$$F(x^*) = (1,8 \cdot x^* + \frac{12000}{x^*} + 4800) \cdot 10^3,$$

$$F(x^*) = (1,8 \cdot 82 + \frac{12000}{82} + 4800) \cdot 10^3 = 5093,94 \cdot 10^3 \text{ NJ.}$$

Zadatak 03:

Godišnje potrebe ($T=12$ meseci) za rezervnim delovima iznose $A=12000$ komada. Cena nabavke jedne isporuke rezervnih delova u količini od x komada je $C(x) = 300 \cdot x + 3000$ NJ, dok mesečna cena skladištenja, po rezervnom delu, iznosi 1% vrednosti uskladištene robe. U slučaju neuredne isporuke dolazi do otkaza cele porudžbine. Odrediti: optimalni broj rezervnih delova pri svakoj isporuci x^* , optimalnu dužinu intervala između dve isporuke t^* , optimalni broj isporuka n^* kao i optimalne ukupne troškove $F(x^*)$ čuvanja zaliha za vremenski period T .

Rešenje:

Pošto nedostatak rezervnih delova nije dopustiv a cela količina rezervnih delova je unapred ugovorena, za određivanje optimalnih ukupnih troškova čuvanja zaliha koristi se *model upravljanja zalihama sa konstantnom potražnjom artikala, kada je potražnja jednaka zalihama*.

Kako cena skladištenja rezervnih delova, po jednom rezervnom delu, iznosi 1% od vrednosti uskladištene robe, to se cena skladištenja određuje kao:

$$C_I(x) = \frac{C(x)}{x} \cdot k = \frac{300 \cdot x + 3000}{x} \cdot k,$$

gde je $k=0,01$ (1%).

Pošto su troškovi jedne isporuke dati u zavisnosti od njene veličine a troškovi skladištenja rezervnih delova dati u zavisnosti od vrednosti uskladištene robe, optimalni broj rezervnih delova pri svakoj isporuci x^* se određuje iz izraza za ukupne troškove čuvanja zaliha:

$$\begin{aligned} F(x) &= \frac{C_I(x) \cdot T}{2} \cdot x + \frac{C(x) \cdot A}{x} = k \cdot T \cdot \frac{C(x)}{2} + A \cdot \frac{C(x)}{x}, \\ F(x) &= 0,01 \cdot 12 \cdot \frac{300 \cdot x + 3000}{2} + 12000 \cdot \frac{300 \cdot x + 3000}{x}, \\ F(x) &= 18 \cdot x + 180 + 3600000 + \frac{36000000}{x}, \end{aligned}$$

tj. njegovim diferenciranjem po x i izjednačavanjem sa nulom:

$$\frac{dF(x)}{dx} = 18 - \frac{36000000}{x^2} = 0,$$

odakle sledi da je optimalni broj rezervnih delova pri svakoj isporuci x^* jednak:

$$x^* = \sqrt{\frac{36000000}{18}} = 1414,21 \rightarrow x^* \cong 1414 \text{ komada.}$$

Optimalan broj isporuka je jednak:

$$n^* = \frac{A}{x^*} = \frac{12000}{1414} = 8,49 \text{ isporuka.}$$

Optimalni vremenski interval između isporuka je:

$$t^* = \frac{T}{A} \cdot x^* = \frac{12}{12000} \cdot 1414 = 1,414 \text{ meseci.}$$

Optimalni ukupni troškovi čuvanja zaliha za vremenski period T iznose:

$$F(x^*) = 18 \cdot x^* + 180 + 3600000 + \frac{36000000}{x^*},$$

$$F(x^*) = 18 \cdot 1414 + 180 + 3600000 + \frac{36000000}{1414} = 3651091,7 \text{ NJ.}$$