

**Задатак:**

У једном погону производе се делови I и II. Делови се производе на три групе машина:  $M_1$  (струг),  $M_2$  (глодалица) и  $M_3$  (брусилаца) чији су капацитети 20000 min, 6000 min и 10000 min редом. У табели 1 су дати подаци везани за време потребно за извршење операција предвиђених у изради делова I и II. У изради дела учествују радници категорија – металостругар и металоглодач, чији је годишњи расположиви фонд радних часова 1470 по раднику годишње. Ангажовано је 8 металостругара и 6 металоглодача. У табели 2 се налазе подаци о времену ангажовања радника одређене категорије у производњи одређеног дела.

Израчунати колико делова I и II је потребно произвести како би:

- машински капацитети били максимално искоришћени;
- кадровски потенцијал био максимално искоришћен;
- профит био највећи (уз претходно дата ограничења), ако је јединична цена производа I=326 дин, а производа II=473 дин.

Табела 1

Део \ Операција	Стругање (min)	Глодање (min)	Брушење (min)
I	15	5	10
II	20	10	5

Табела 2

Део \ Радник	Металостругар (h)	Металоглодач (h)
I	5	3
II	3	4

**Решење:**

а)

Део \ Машина	$M_1$ [min]	$M_2$ [min]	$M_3$ [min]	Укупно време обраде
I	15	5	10	30
II	20	10	5	35
Расположиви капацитет	20000	6000	10000	36000

$x_1$  = број делова I

$x_2$  = број делова II

$z$  = величина потребног капацитета за производњу делова I и II.

**Ограничења:**  $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$

**Функција циља:**  $z_{max} = 30x_1 + 35x_2$

**Функција ограничења:** 1.  $15x_1 + 20x_2 \leq 20000$

2.  $5x_1 + 10x_2 \leq 6000$

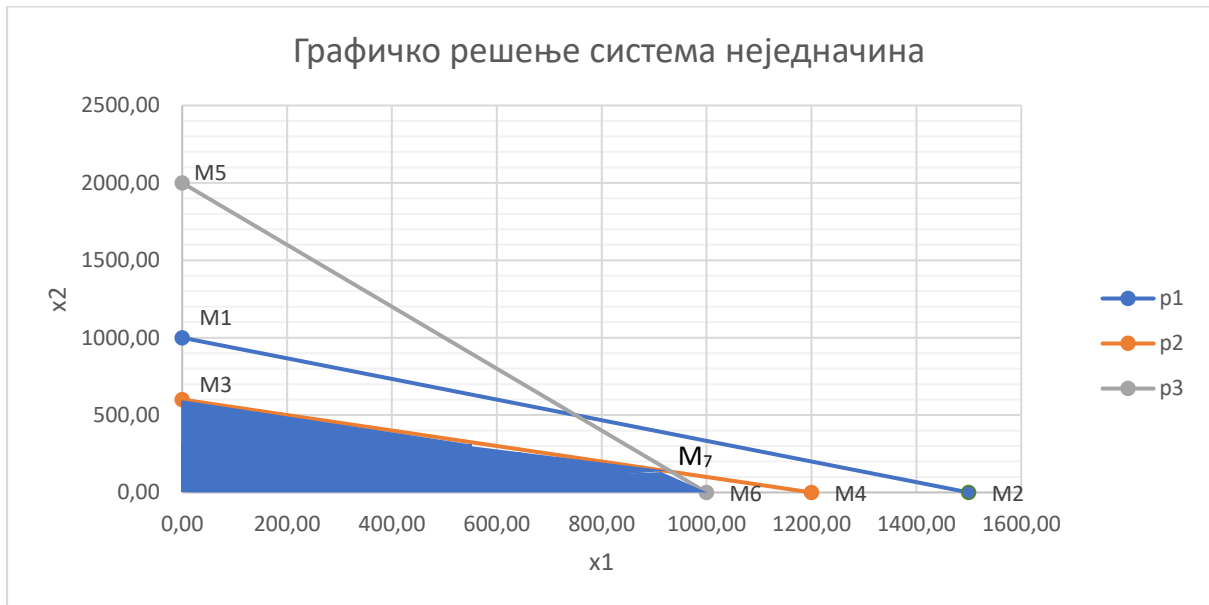
3.  $10x_1 + 5x_2 \leq 10000$

**Графоаналитички поступак:**

- $$\left. \begin{array}{l} x_1 = 0 \quad x_2 = 1000 \Rightarrow M_1(0,1000) \\ x_2 = 0 \quad x_1 = 1333,33 \Rightarrow M_2(1333,33,0) \end{array} \right\} p_1$$

$$2. \quad \left. \begin{array}{l} x_1 = 0 \quad x_2 = 600 \Rightarrow M_3(0, 600) \\ x_2 = 0 \quad x_1 = 1200 \Rightarrow M_4(1200, 0) \end{array} \right\} p_2$$

$$3. \quad \left. \begin{array}{l} x_1 = 0 \quad x_2 = 2000 \Rightarrow M_5(0, 2000) \\ x_2 = 0 \quad x_1 = 1000 \Rightarrow M_6(1000, 0) \end{array} \right\} p_3$$



Плава површина је решење система неједначина. Функција циља тангира неку од крајњих тачака ( $M_3, M_6, M_7$ ).

Тачка  $M_7$ : пресек  $p_2$  и  $p_3 \Rightarrow p_2: 5x_1 + 10x_2 = 6000$

$$p_3: 10x_1 + 5x_2 = 10000, \text{ па је: } x_1=933,33, \text{ а } x_2=133,33$$

Тачка  $M_3$ :  $z_3 = 30 \cdot 0 + 35 \cdot 600 = 21000$

Тачка  $M_6$ :  $z_6 = 30 \cdot 1000 + 35 \cdot 0 = 30000$

Тачка  $M_7$ :  $z_7 = 30 \cdot 933 + 35 \cdot 133 = 32645 = z_{max}$

Што значи да је број делова које је потребно произвести како би се остварио максималан капацитет:  $x_1=933$ , а  $x_2=133$ , а  $z_{max} = 32645$  минута

b)

Део \ Радник	Металостругар (h)	Металоглодач (h)	Укупно (h)
I	5	3	8
II	3	4	7
Расположив кадар	11760	8820	20580

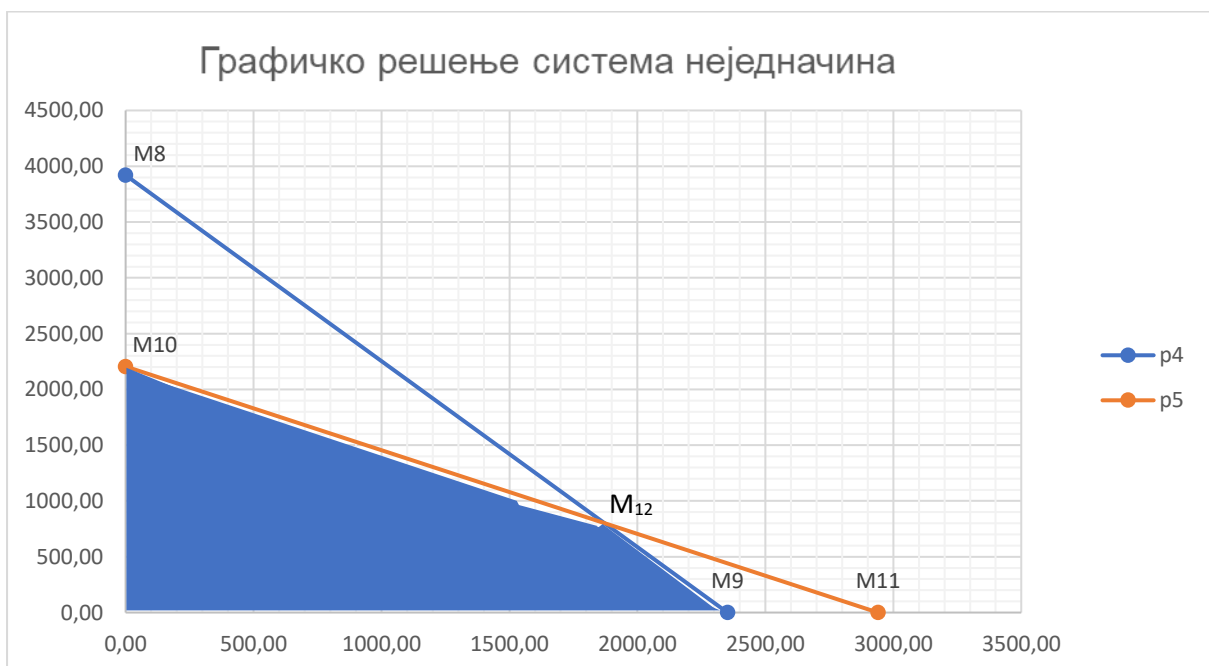
Ограничења:  $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$ .

Функција циља:  $z_{max} = 8x_1 + 7x_2$

Функција ограничења: 1.  $5x_1 + 3x_2 \leq 11760$   
2.  $3x_1 + 4x_2 \leq 8820$

Графоаналитички поступак:

- $x_1 = 0 \quad x_2 = 3920 \Rightarrow M_8(0, 3920)$   
 $x_2 = 0 \quad x_1 = 2352 \Rightarrow M_9(2352, 0)$  }  $p_4$
- $x_1 = 0 \quad x_2 = 2205 \Rightarrow M_{10}(0, 2205)$   
 $x_2 = 0 \quad x_1 = 2940 \Rightarrow M_{11}(2940, 0)$  }  $p_5$



Плава површина је решење система неједначина. Функција циља тангира неку од крајњих тачака ( $M_9, M_{10}, M_{12}$ ).

Тачка  $M_{12}$ : пресек  $p_1$  и  $p_3 \Rightarrow p_4: 5x_1 + 3x_2 = 11760$

$$p_5: 3x_1 + 4x_2 = 8820, \text{ па је: } x_1=1870,91, \text{ а } x_2=801,82$$

Тачка  $M_9$ :  $z_9 = 8 \cdot 2352 + 7 \cdot 0 = 18816$

Тачка  $M_{10}$ :  $z_{10} = 8 \cdot 0 + 7 \cdot 2205 = 15435$

Тачка  $M_{12}$ :  $z_{12} = 8 \cdot 1870 + 7 \cdot 801 = 20567 = z_{max}$

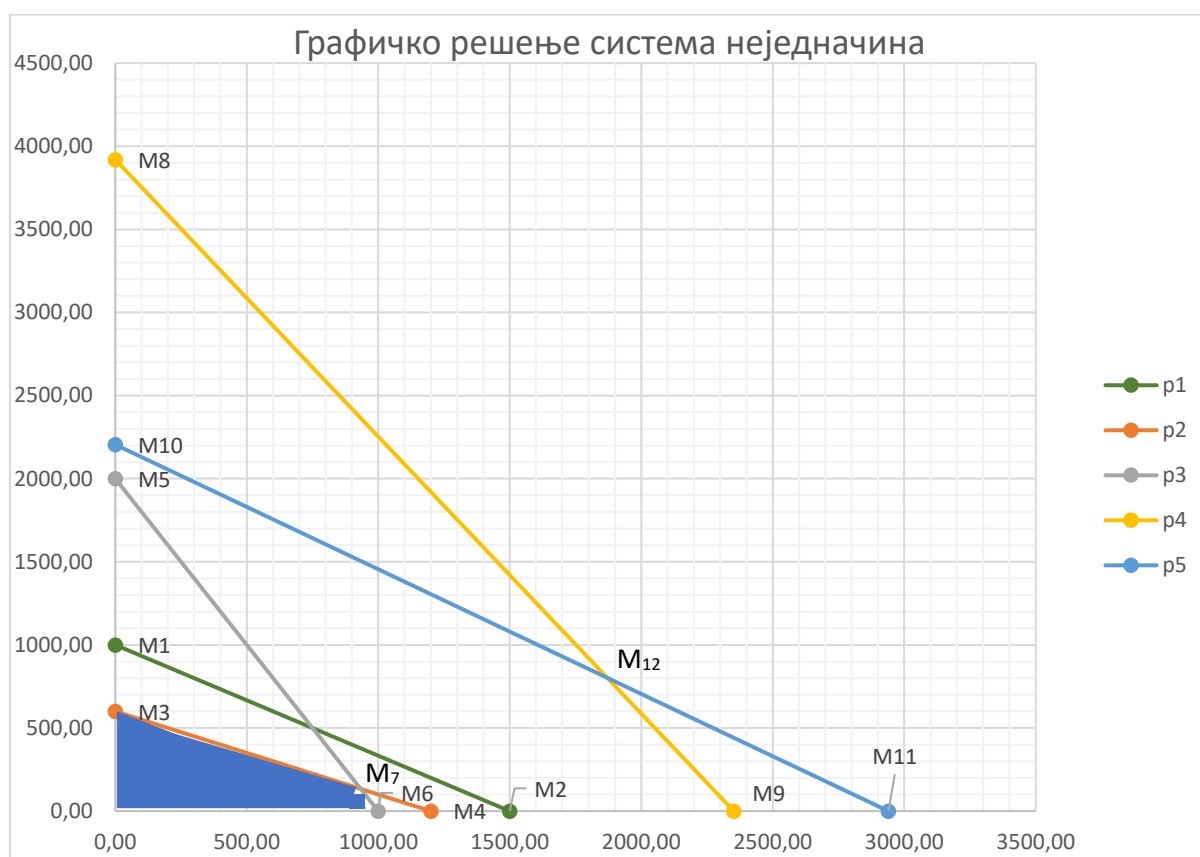
Што значи да је број делова које је потребно произвести како би се остварио максималан капацитет кадра:  $x_1=1870$ , а  $x_2=801$ , а  $z_{max} = 20567$  сати

c)

Ограничења:  $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$ .

Функција циља:  $z_{max} = 326x_1 + 473x_2$

Функција ограничења: 1.  $15x_1 + 20x_2 \leq 20000$   
2.  $5x_1 + 10x_2 \leq 6000$   
3.  $10x_1 + 5x_2 \leq 10000$   
4.  $5x_1 + 3x_2 \leq 11760$   
5.  $3x_1 + 4x_2 \leq 8820$



Плава површина је решење система неједначина. Функција циља тангира неку од крајњих тачака ( $M_3, M_6, M_7$ ).

Тачка  $M_3$ :  $z_3 = 326 \cdot 0 + 473 \cdot 600 = 283800$

Тачка  $M_6$ :  $z_6 = 326 \cdot 1000 + 473 \cdot 0 = 326000$

Тачка  $M_7$ :  $z_7 = 326 \cdot 933 + 473 \cdot 133 = 367067 = z_{max}$

Што значи да је број делова које је потребно произвести како би се остварио максималан профит:  $x_1=933$ , а  $x_2=133$ , а  $z_{max} = 367067$  динара