



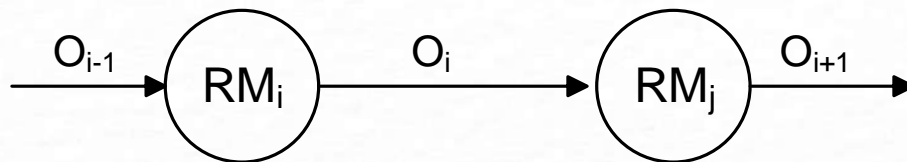
Mašinski fakultet  
Katedra za industrijsko inženjerstvo

Industrijsko inženjerstvo – projektovanje i praksa  
vežbe

# OPTIMIZACIJA GRUPNOG RASPOREDA RADNIH MESTA

# METODA KARIKA

- Cilj je da se izvrši optimizacija rasporeda radnih mesta (mašina), koja bi dovela do minimalnih troškova kretanja materijala.
- U te svrhe se najčešće koristi takozvana **metoda karika**. Pod karikom se podrazumeva veza između dve uzastopne radne operacije ( $O_i$ ) koje se izvode na dva radna mesta ( $RM_i$ ):



# Zadatak br. 1

Proizvod P se dobija sklapanjem od 4 različite komponente:  $K_1$ ,  $K_2$ ,  $K_3$  i  $K_4$ . Pri izradi komponenata redosled izvođenja radnih operacija (po radnim mestima) je:

$K_1: RM_1 \rightarrow RM_2 \rightarrow RM_3 \rightarrow RM_4 \rightarrow RM_5 \rightarrow RM_6$

$K_2: RM_1 \rightarrow RM_5 \rightarrow RM_6$

$K_3: RM_2 \rightarrow RM_6 \rightarrow RM_4$

$K_4: RM_1 \rightarrow RM_5 \rightarrow RM_4 \rightarrow RM_6$

Potrebno je:

- Simbolički prikazati karike za svaku komponentu i utvrditi njihov ukupni broj za svaku komponentu.
- Utvrditi broj karika za svako pojedinačno radno mesto.
- Na osnovu izračunatog broja karika, odrediti redosled raspoređivanja radnih mesta kome bi odgovarao minimalni put pri obradi komponenata.
- Šematski prikazati grupni raspored radnih mesta kome odgovara minimalni put pri obradi komponenata.



# Rešenje zadatka br. 1

a) Simbolički prikaz karike za svaku komponentu je:

$K_1$ :  $RM_1 \rightarrow RM_2$ ;  $RM_2 \rightarrow RM_3$ ;  $RM_3 \rightarrow RM_4$ ;  $RM_4 \rightarrow RM_5$ ;  $RM_5 \rightarrow RM_6$ , što daje ukupno 5 karika.

$K_2$ :  $RM_1 \rightarrow RM_5$ ;  $RM_5 \rightarrow RM_6$  (2 karike)

$K_3$ :  $RM_2 \rightarrow RM_6$ ;  $RM_6 \rightarrow RM_4$  (2 karike)

$K_4$ :  $RM_1 \rightarrow RM_5$ ;  $RM_5 \rightarrow RM_4$ ;  $RM_4 \rightarrow RM_6$  (3 karike)

b) Broj karika za svako radno mesto se utvrđuje korišćenjem obrasca:  $k_k = i + j$

gde su:  $k_k$ -broj karika za  $k$ -to radno mesto ( $RM_k$ );

$i$ - broj karika u kojima je  $RM_k$  na prvoj poziciji u kariki;

$j$ - broj karika u kojima je  $RM_k$  na drugoj poziciji u kariki.

Na taj način je za radna mesta razmatranog primera:

$$RM_1: k_1 = i + j = 3 + 0 = 3$$

$$RM_2: k_2 = i + j = 2 + 1 = 3$$

$$RM_3: k_3 = 1 + 1 = 2$$

$$RM_4: k_4 = 2 + 3 = 5$$

$$RM_5: k_5 = 3 + 3 = 6$$

$$RM_6: k_6 = 1 + 4 = 5$$



## Rešenje zadatka br. 1

c) Redosled raspoređivanja radnih mesta, prema broju karika, bi na taj način bio:

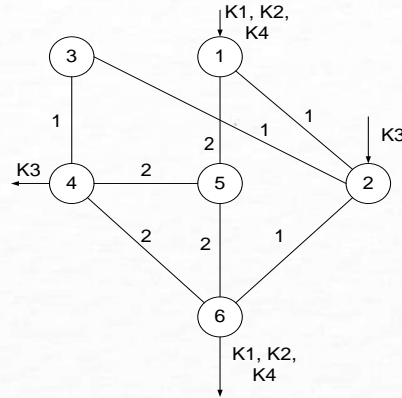
$RM_5 \rightarrow 6$  karika,  $RM_4, RM_6 \rightarrow 5$  karika,  $RM_1, RM_2 \rightarrow 3$  karike,  $RM_3 \rightarrow 2$  karike.

Odnosno:  $RM_5 \rightarrow (RM_4, RM_6) \rightarrow (RM_1, RM_2) \rightarrow RM_3$

d) Šematski prikaz rasporeda radnih mesta koji odgovara optimalnom rešenju moguć je u više varijanti. Treba težiti da se broj ukrštanja putanja, po kojima se kreću komponente proizvoda, svede na najmanju meru, jer se same komponente kreću ili posredstvom sredstava unutrašnjeg transporta ili tako što ih nose operateri.

Ukoliko ima velikog broja ukrštanja transportnih tokova, može doći do povređivanja operatera ili havarija sredstava unutrašnjeg transporta.

Brojevi na spojnim linijama između dva radna mesta označavaju broj karika između njih.



## Zadatak br. 2

Proizvod P se dobija sklapanjem 5 različite komponente ( $K_1$ - $K_5$ ). Redosled izvođenja radnih operacija, za izradu svake od komponenti je:

**$K_1$ :  $RM_1 \rightarrow RM_3 \rightarrow RM_4 \rightarrow RM_6$**

**$K_2$ :  $RM_2 \rightarrow RM_4 \rightarrow RM_5 \rightarrow RM_1 \rightarrow RM_6$**

**$K_3$ :  $RM_4 \rightarrow RM_5 \rightarrow RM_6$**

**$K_4$ :  $RM_1 \rightarrow RM_2 \rightarrow RM_5 \rightarrow RM_6$**

**$K_5$ :  $RM_2 \rightarrow RM_4 \rightarrow RM_6$**

Potrebno je:

- Simbolički prikazati karike za svaku komponentu i utvrditi njihov ukupni broj za svaku komponentu.
- Utvrditi broj karika za svako pojedinačno radno mesto.
- Na osnovu izračunatog broja karika, odrediti redosled raspoređivanja radnih mesta kome bi odgovarao minimalni put pri obradi komponenata.
- Šematski prikazati grupni raspored radnih mesta kome odgovara minimalni put pri obradi komponenata.



## Rešenje zadatka br. 2

a) Simbolički prikaz karike za svaku komponentu je:

**K<sub>1</sub>: RM<sub>1</sub>→RM<sub>3</sub>; RM<sub>3</sub>→RM<sub>4</sub>; RM<sub>4</sub>→RM<sub>6</sub>, što daje ukupno 3 karike.**

**K<sub>2</sub>: RM<sub>2</sub>→RM<sub>4</sub>; RM<sub>4</sub>→RM<sub>5</sub>; RM<sub>5</sub>→RM<sub>1</sub>; RM<sub>1</sub>→RM<sub>6</sub> (4 karike)**

**K<sub>3</sub>: RM<sub>4</sub>→RM<sub>5</sub>; RM<sub>5</sub>→RM<sub>6</sub> (2 karike)**

**K<sub>4</sub>: RM<sub>1</sub>→RM<sub>2</sub>; RM<sub>2</sub>→RM<sub>5</sub>; RM<sub>5</sub>→RM<sub>6</sub> (3 karike)**

**K<sub>5</sub>: RM<sub>2</sub>→RM<sub>4</sub>; RM<sub>4</sub>→RM<sub>6</sub>; (2 karike)**

b) Broj karika za svako radno mesto:

$$\text{RM}_1: k_1 = i + j = 3 + 1 = 4$$

$$\text{RM}_2: k_2 = i + j = 3 + 1 = 4$$

$$\text{RM}_3: k_3 = 1 + 1 = 2$$

$$\text{RM}_4: k_4 = 4 + 3 = 7$$

$$\text{RM}_5: k_5 = 3 + 3 = 6$$

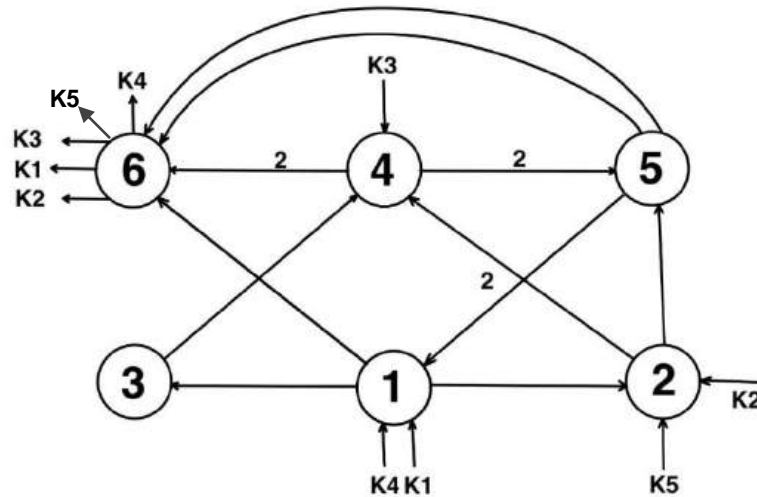
$$\text{RM}_6: k_6 = 0 + 5 = 5$$



## Rešenje zadatka br. 2

c) Redosled raspoređivanja radnih mesta, prema broju karika, bi na taj način bio:  $RM_4 \rightarrow 7$  karika,  $RM_5 \rightarrow 6$  karika,  $RM_6 \rightarrow 5$  karika,  $RM_1, RM_2 \rightarrow 4$  karike,  $RM_3 \rightarrow 2$  karike.  
Odnosno:  $RM_4 \rightarrow RM_5 \rightarrow RM_6 \rightarrow (RM_1, RM_2) \rightarrow RM_3$

d) Šematski prikaz rasporeda radnih mesta:





## Zadatak br. 3

Menadžer nekog preduzeća treba da rasporediti 6 radnih mašina ( $M_1, M_2, M_3, M_4, M_5, M_6$ ) na kojima se izrađuju 3 različite vrste proizvoda (A, B, C). Prema tehnološkom postupku poznat je redosled izvođenja operacija i to:

**A:**  $M_2 \rightarrow M_1 \rightarrow M_3 \rightarrow M_4 \rightarrow M_6$

**B:**  $M_1 \rightarrow M_3 \rightarrow M_2 \rightarrow M_5$

**C:**  $M_3 \rightarrow M_4 \rightarrow M_5 \rightarrow M_6$

Za utvrđivanje redosleda koristiti kombinaciju metode karika i **metode trouglova** uz pretpostavku da se proizvode iste količine svih proizvoda.



## Rešenje zadatka br. 3

**A:**  $M_2 \rightarrow M_1 \rightarrow M_3 \rightarrow M_4 \rightarrow M_6$

**B:**  $M_1 \rightarrow M_3 \rightarrow M_2 \rightarrow M_5$

**C:**  $M_3 \rightarrow M_4 \rightarrow M_5 \rightarrow M_6$

Koristeći dati redosled mašina na kojima se obavljaju proizvodne operacije za pojedine vrste proizvoda, moguće je sačiniti sledeću „od-do“ matricu, u kojoj je predstavljen broj veza – karika, koje postoje između pojedinih radnih mesta:

Do	1	2	3	4	5	6
Od						
1	0	0	2	0	0	0
2	1	0	0	0	1	0
3	0	1	0	2	0	0
4	0	0	0	0	1	1
5	0	0	0	0	0	1
6	0	0	0	0	0	0

## Rešenje zadatka br. 3

Na osnovu prethodne matrice izračunava se broj veza između mašina, kako po horizontali, tako i po vertikali. Na primer za  $M_1$  je:

$$K_{m1}(h) = \sum_{j=1}^6 k_{1j} = k_{11} + k_{12} + k_{13} + k_{14} + k_{15} + k_{16} = 0 + 0 + 2 + 0 + 0 + 0 = 2$$

$$K_{m1}(v) = \sum_{i=1}^6 k_{1i} = k_{11} + k_{21} + k_{31} + k_{41} + k_{51} + k_{61} = 0 + 1 + 0 + 0 + 0 + 0 = 1$$

**Za mašinu 2:**

$$K_{m2}(h) = 1 + 0 + 0 + 0 + 1 + 0 = 2$$

$$K_{m2}(v) = 0 + 0 + 1 + 0 + 0 + 0 = 1$$

**Za mašinu 3:**

$$K_{m3}(h) = 0 + 1 + 0 + 2 + 0 + 0 = 3$$

$$K_{m3}(v) = 2 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 = 2$$

**Za mašinu 4:**

$$K_{m4}(h) = 0 + 0 + 0 + 0 + 1 + 1 = 2$$

$$K_{m4}(v) = 0 + 0 + 2 + 0 + 0 + 0 = 2$$

**Za mašinu 5:**

$$K_{m5}(h) = 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 1 = 1$$

$$K_{m5}(v) = 0 + 1 + 0 + 1 + 0 + 0 = 2$$

**Za mašinu 6:**

$$K_{m6}(h) = 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 = 0$$

$$K_{m6}(v) = 0 + 0 + 0 + 1 + 1 + 0 = 2$$

## Rešenje zadatka br. 3

$\sum_{i=1}^5 k_{ij}(h)$	2	2	3	2	1	0
$\sum_{j=1}^5 k_{ij}(v)$	1	1	2	2	2	2

Tabela omogućava da se dođe do ukupnog broja veza za svaku mašinu. Tako će za mašinu  $M_1$  biti:

$$V_{m1} = \sum_{i=1}^6 \sum_{j=1}^6 k_{ij} = 2 + 1 = 3$$

$$V_{m4} = \sum_{i=1}^6 \sum_{j=1}^6 k_{ij} = 2 + 2 = 4$$

$$V_{m2} = \sum_{i=1}^6 \sum_{j=1}^6 k_{ij} = 2 + 1 = 3$$

$$V_{m5} = \sum_{i=1}^6 \sum_{j=1}^6 k_{ij} = 1 + 2 = 3$$

$$V_{m3} = \sum_{i=1}^6 \sum_{j=1}^6 k_{ij} = 3 + 2 = 5$$

$$V_{m6} = \sum_{i=1}^6 \sum_{j=1}^6 k_{ij} = 0 + 2 = 2$$

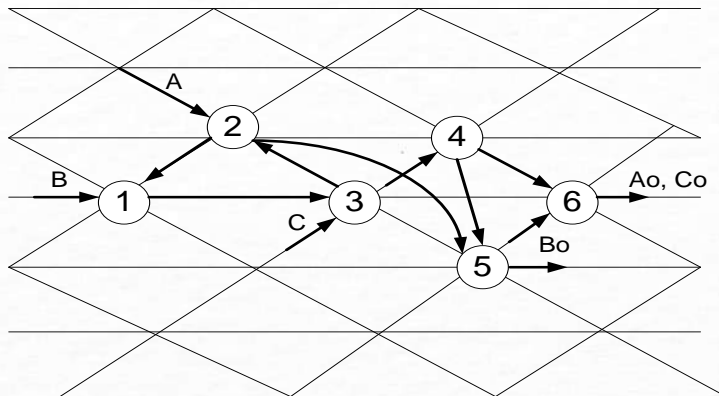
## Rešenje zadatka br. 3

Prema ukupnom broju veza određuje se rang važnosti za svaku mašinu i to tako da mašina sa najvećim brojem dobija  $R_g=1$ , a zatim slede ostale mašine prema sledećoj tabeli:

Mašina br.	1	2	3	4	5	6
$V_{mi}$	3	3	5	4	3	2
$R_g$	3	3	1	2	3	4

Rang važnosti se koristi za ucrtavanje rasporeda mašina u trouglastoj mreži.

Najviši rang ima mašina  $M_3$ , te se od nje započinje ucrtavanje s tim što se na susedno čvorište postavlja mašina  $M_4$  (kao sledeća po rangju važnosti) a zatim redom  $M_1$ ,  $M_2$ ,  $M_5$  i na kraju  $M_6$ , što je i prikazano na slici:



## Zadatak br. 4

Potrebno je rasporediti 5 radnih mašina (M1-M5), na kojima se izrađuje četiti različita proizvoda (P1, P2, P3 i P4). Prema tehnološkom postupku, poznat je redosled izvođenja operacija, i to:

**P1:**  $M_1 \rightarrow M_3 \rightarrow M_5 \rightarrow M_2$

**P2:**  $M_2 \rightarrow M_1 \rightarrow M_4 \rightarrow M_5 \rightarrow M_1$

**P3:**  $M_2 \rightarrow M_3 \rightarrow M_5 \rightarrow M_4$

**P4:**  $M_1 \rightarrow M_2 \rightarrow M_4 \rightarrow M_5$

Kod raspoređivanja radnih mesta, koristiti kombinaciju metode karika i metode trouglova.



## Rešenje zadatka br. 4

P<sub>1</sub>: M<sub>1</sub> → M<sub>3</sub> → M<sub>5</sub> → M<sub>2</sub>

P<sub>2</sub>: M<sub>2</sub> → M<sub>1</sub> → M<sub>4</sub> → M<sub>5</sub> → M<sub>1</sub>

P<sub>3</sub>: M<sub>2</sub> → M<sub>3</sub> → M<sub>5</sub> → M<sub>4</sub>

P<sub>4</sub>: M<sub>1</sub> → M<sub>2</sub> → M<sub>4</sub> → M<sub>5</sub>

	Do	1	2	3	4	5
Od		1	2	3	4	5
1		0	1	1	1	0
2		1	0	1	1	0
3		0	0	0	0	2
4		0	0	0	0	2
5		1	1	0	1	0

$$K_{m1}(h) = \sum_{j=1}^6 k_{1j} = k_{11} + k_{12} + k_{13} + k_{14} + k_{15} + k_{16} = 0 + 1 + 1 + 1 + 0 = 3$$

$$K_{m1}(v) = \sum_{i=1}^6 k_{i1} = k_{11} + k_{21} + k_{31} + k_{41} + k_{51} + k_{61} = 0 + 1 + 0 + 0 + 1 = 2$$

Za mašinu 2:

$$K_{m2}(h) = 1 + 0 + 1 + 1 + 0 = 3$$

$$K_{m2}(v) = 1 + 0 + 0 + 0 + 1 = 2$$

Za mašinu 3:

$$K_{m3}(h) = 0 + 0 + 0 + 0 + 2 = 2$$

$$K_{m3}(v) = 1 + 1 + 0 + 0 + 0 = 2$$

Za mašinu 4:

$$K_{m4}(h) = 0 + 0 + 0 + 0 + 2 = 2$$

$$K_{m4}(v) = 1 + 1 + 0 + 0 + 1 = 3$$

Za mašinu 5:

$$K_{m5}(h) = 1 + 1 + 0 + 1 + 0 = 3$$

$$K_{m5}(v) = 0 + 0 + 2 + 2 + 0 = 4$$

## Rešenje zadatka br. 4

Tabela omogućava da se dođe do ukupnog broja veza za svaku mašinu:

$$V_{m1} = \sum_{i=1}^6 \sum_{j=1}^6 k_{ij} = 3 + 2 = 5$$

$$V_{m2} = \sum_{i=1}^6 \sum_{j=1}^6 k_{ij} = 3 + 2 = 5$$

$$V_{m3} = \sum_{i=1}^6 \sum_{j=1}^6 k_{ij} = 2 + 2 = 4$$

$$V_{m4} = \sum_{i=1}^6 \sum_{j=1}^6 k_{ij} = 2 + 3 = 5$$

$$V_{m5} = \sum_{i=1}^6 \sum_{j=1}^6 k_{ij} = 3 + 4 = 7$$

$\sum_{i=1}^5 k_{ij}(h)$	3	3	2	2	3
$\sum_{j=1}^5 k_{ij}(v)$	2	2	2	3	4

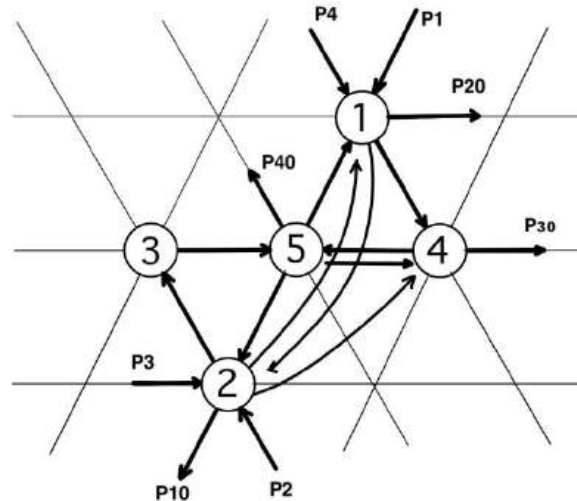


## Rešenje zadatka br. 4

Prema ukupnom broju veza određuje se rang važnosti za svaku mašinu i to tako da mašina sa najvećim brojem dobija  $R_g=1$ , a zatim slede ostale mašine prema sledećoj tabeli:

Mašina br.	1	2	3	4	5
$V_{mi}$	5	5	4	5	7
$R_g$	2	2	3	2	1

Rang važnosti se koristi za ucrtavanje rasporeda mašina u trouglastoj mreži. Najviši rang ima mašina  $M_5$ , te se od nje započinje ucrtavanje.



# Informacije

Website: <http://ie.mas.bg.ac.rs/>

Saradnik: Ermina Ćosović

Kabinet: 406

Email: [ecosovic@mas.bg.ac.rs](mailto:ecosovic@mas.bg.ac.rs)

