Zadatak 01:

Vrednost mašine pri kupovini iznosi $K = 100$ NJ. Nominalni troškovi održavanja po periodima dati su u tabeli. Odrediti period *n* u kome mašinu treba zameniti novom istih karakteristika ako je stopa diskontnog faktora *r=0,05*.

Period (*n*)	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Troškovi održavanja a_n [NJ]	2	6	10	14	18	22	26	30	34

Rešenje:

Kako su troškovi održavanja, po periodima, dati u nominalnim iznosima i pošto je data stopa diskontnog faktora, period *n* u kome treba zameniti mašinu određuje se preko *modela zamene sa diskontnim faktorom.*

Ukupni troškovi eksploatacije više mašina istih karakteristika, sukcesivno zamenjivanih posle *n* perioda, svedeni na prvi period prve mašine određuju se izrazom:

$$F(n) = (K + \sum_{i=1}^{n} a_i \cdot q^{i-1}) \cdot \frac{1}{1-q^n},$$

gde je:

$$q = \frac{1}{1+r} = \frac{1}{1+0{,}05} = 0{,}9524$$ diskontni faktor sa stopom *r=0,05*.

Vrednosti ukupnih troškova eksploatacije $F(n)$ i odnosa $a_n/(1-q)$, za svih 9 perioda, dati su u sledećoj tabeli:

Period (*n*)	1	2	3	4	5	6	7	8	9
F(n) [NJ]	2142,0	1158,6	857,7	726,9	663,8	634,1	**623,3**	624,0	632,1
$a_n/(1-q)$	42	126	210	294	378	462	546	630	714

Vrednosti za $F(n)$ iz prethodne tabele određuju se na sledeći način:

$$F(1) = (K + \sum_{i=1}^{1} a_i \cdot 0{,}9524^{i-1}) \cdot \frac{1}{1-0{,}9524^1} = \frac{1}{0{,}0476} \cdot [100 + 2 \cdot 0{,}9524^{1-1}] =$$

$$= \frac{102}{0{,}0476} = 2142{,}0 \text{ NJ}$$

$$F(2)=(K+\sum_{i=1}^{2} a_i \cdot 0{,}9524^{i-1})\cdot \frac{1}{1-0{,}9524^{2}}=$$

$$=\frac{1}{0{,}0929}\cdot[100+2\cdot 0{,}9524^{1-1}+6\cdot 0{,}9524^{2-1}]=$$

$$=\frac{100+2+5{,}7144}{0{,}0929}=1158{,}6 \text{ NJ}$$

$$F(3)=(K+\sum_{i=1}^{3} a_i \cdot 0{,}9524^{i-1})\cdot \frac{1}{1-0{,}9524^{3}}=$$

$$=\frac{1}{0{,}1316}\cdot[100+2\cdot 0{,}9524^{1-1}+6\cdot 0{,}9524^{2-1}+10\cdot 0{,}9524^{3-1}]=$$

$$=\frac{100+2+5{,}7144+9{,}0707}{0{,}1316}=857{,}7 \text{ NJ}$$

$$F(4)=(K+\sum_{i=1}^{4} a_i \cdot 0{,}9524^{i-1})\cdot \frac{1}{1-0{,}9524^{4}}=$$

$$=\frac{1}{0{,}1772}\cdot[100+2\cdot 0{,}9524^{1-1}+6\cdot 0{,}9524^{2-1}+10\cdot 0{,}9524^{3-1}+14\cdot 0{,}9524^{4-1}]=$$

$$=\frac{100+2+5{,}7144+9{,}0707+12{,}0945}{0{,}1772}=726{,}9 \text{ NJ, itd.}$$

Period u kome treba zameniti svaku od mašina treba da zadovolji sledeću nejednakost:

$$F(n-1)>F(n)<F(n+1).$$

Iz prethodne tabele se vidi da je gornja nejednačina zadovoljen za $n=7$ odnosno mašine treba zamenjivati po isteku sedmog perioda eksploatacije, tj.

$$F(7-1)>F(7)<F(7+1),$$
$$634{,}1>623{,}3<624{,}0.$$

Takođe period u kome treba zamenjivati mašine može se odrediti transformacijom gornje nejednakosti u dve nejednakosti oblika: (videti treći red gornje tabele)

$$F(n)<\frac{a_{n+1}}{1-q}\rightarrow F(7)=623{,}3<630=\frac{a_{7+1}}{1-q},$$

odnosno

$$F(n-1)>\frac{a_n}{1-q}\rightarrow F(7-1)=634{,}1<546=\frac{a_7}{1-q}.$$

Zadatak 02:

Odrediti optimalni period zamene svih $N = 1000$ elemenata ako su: troškovi grupne zamene po elementu $c_1 = 1$ NJ a troškovi pojedinačne zamene po elementu $c_2 = 4$ NJ. Broj neispravnih elemenata po periodima dat je u tabeli:

Period (*n*)	1	2	3	4	5	6	7	8
Br. neispravnih delova *K(n)*	0	20	50	90	100	150	200	390

Rešenje:

Period u kome treba zameniti sve elemente, bez obzira na broj neispravnih, određuje se preko *modela grupne zamene*.

Ukupni troškovi zamene $F(n)$, zaključno sa periodom *n*, koji se sastoje iz troškova grupne zamene i troškova pojedinačne zamene u prethodnim periodima dati su izrazom:

$$F(n) = c_1 \cdot N + c_2 \cdot \sum_{i=1}^{n-1} K(i),$$

dok se prosečni troškovi zamene $\overline{F}(n)$ za periode zaključno sa *n*-tim određuju kao:

$$\overline{F}(n) = \frac{c_1}{n} \cdot N + \frac{c_2}{n} \cdot \sum_{i=1}^{n-1} K(i) \rightarrow \overline{F}(n) = \frac{1}{n} \cdot F(n).$$

Vrednosti ukupnih $F(n)$ i prosečnih $\overline{F}(n)$ troškova zamene kao i proizvoda $c_2 \cdot K(n)$ za svih 8 perioda dati su u sledećoj tabeli:

Period (*n*)	1	2	3	4	5	6	7	8
F(n) [NJ]	1000	1000	1080	1280	1640	2040	2640	3440
$\overline{F}(n)$ [NJ]	1000	500	360	**320**	328	340	377,14	430
$c_2 \cdot K(n)$ [NJ]	0	80	200	360	400	600	800	1560

Vrednosti iz prethodne tabele određuju se na sledeći način:

$$F(1) = 1 \cdot 1000 + 4 \cdot \sum_{i=1}^{1-1} K(i) = 1000 \text{ NJ}$$

$$\overline{F}(1) = 1000 / 1 = 1000 \text{ NJ}$$

$$F(2)=1\cdot 1000+4\cdot\sum_{i=1}^{2-1}K(i)=1000+4\cdot 0=1000 \text{ NJ}$$

$$\overline{F}(2)=1000/2=500 \text{ NJ}$$

$$F(3)=1\cdot 1000+4\cdot\sum_{i=1}^{3-1}K(i)=1000+4\cdot(0+20)=1000+80=1080 \text{ NJ}$$

$$\overline{F}(3)=1080/3=360 \text{ NJ, itd.}$$

Period u kome treba izvršiti grupnu zamenu svih elemenata treba da zadovolji sledeću nejednakost:

$$\overline{F}(n-1)>\overline{F}(n)<\overline{F}(n+1).$$

Iz prethodne tabele se vidi da je gornja nejednačina zadovoljena za $n=4$ odnosno grupnu zamenu svih elemenata treba izvršiti po isteku četvrtog perioda eksploatacije, tj.

$$\overline{F}(4-1)>\overline{F}(4)<\overline{F}(4+1),$$

$$360>320<328.$$

Period u kome treba izvršiti zamenu svih elemenata, može se takođe odrediti transformacijom gornje nejednakosti u dve nejednakosti oblika:

$$\overline{F}(n)<c_2\cdot K(n)\rightarrow\overline{F}(4)=320<360=4\cdot K(4),$$

odnosno

$$\overline{F}(n-1)>c_2\cdot K(n-1)\rightarrow\overline{F}(4-1)=360>200=4\cdot K(4-1).$$

Zadatak 03:

Za optimalnu veličinu isporuke od $x^* = 3742$ rezervna dela, odrediti veličini signalne zalihe Q_S ako $Z=1000$ istih mašina koristi dati rezervni deo. Srednje vreme bezotkaznog rada rezervnog dela je raspodeljeno po eksponencijalnoj raspodeli sa intenzitetom otkaza $\lambda = 0{,}067$ otkaza/dan, dok je vreme potrebno za nabavku jedne isporuke $t_i = 15$ dana.

Rešenje:

Srednji broj zamena datog elementa na jednoj mašini definisan je funkcijom obnavljanja tj. *H(t)*. U ovom slučaju potrebno je odrediti vrednost funkcije obnavljanja za vremenski interval koji je potreban za nabavku jedne isporuke tj. za $t_i = 15$ dana.

Pošto je srednje vreme rada do otkaza, svih rezervnih delova, raspodeljeno po eksponencijalnoj raspodeli, to proces zamene rezervnih delova predstavlja Poasonov proces obnavljanja. Za Poasonov proces obnavljanja i vremenski interval $(0 \div t_i = 15)$, funkcija obnavljanja ima sledeću vrednost:

$$H(t_i) = \lambda \cdot t_i \rightarrow H(15) = 0{,}067 \cdot 15 = 1{,}005 \text{ otkaza,}$$

što znači da srednji broj zamena datog elementa po jednoj mašini za $t_i = 15$ dana iznosi *1,005*.

U slučaju *Z=1000* istih mašina, za $t_i = 15$ dana, potreban broj rezervnih delova za zamenu će biti:

$$Z \cdot H(t_i) = 1000 \cdot H(15) = 1000 \cdot 1{,}005 = 1005 \text{ komada,}$$

odakle sledi da veličina signalne zalihe iznosi $Q_S = 1005$ komada.