

Zadatak 01:

Vrednost mašine pri kupovini iznosi $K = 500$ NJ. Nominalni troškovi po periodima dati su u tabeli. Odrediti period n u kome mašinu treba zameniti novom ako se pri zameni otpisuje celokupna vrednost mašine.

Period (n)	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Troškovi održavanja $f(n)$ [NJ]	10	12	16	20	40	70	100	130	165

Rešenje:

Kako su troškovi održavanja, po periodima, dati u nominalnim iznosima i pošto se pri zameni mašine otpisuje celokupna njena vrednost, period n u kome treba zameniti mašinu određuje se preko *modela zamene bez diskontnog faktora i sa potpunim otpisom*.

Ukupni troškovi eksploatacije za n perioda dati su izrazom:

$$F(n) = K + \sum_{i=1}^n f(i); \quad n = 1, 2, \dots$$

dok se prosečni troškovi eksploatacije za periode zaključno sa n -tim određuju kao:

$$\bar{F}(n) = \frac{1}{n} \cdot K + \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n f(i) = \frac{1}{n} \cdot F(n); \quad n = 1, 2, \dots$$

Vrednosti ukupnih $F(n)$ i prosečnih $\bar{F}(n)$ troškova eksploatacije za svih 9 perioda dati su u sledećoj tabeli:

Period (n)	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$F(n)$ [NJ]	510	522	538	558	598	668	768	898	1063
$\bar{F}(n)$ [NJ]	510,00	261,00	179,33	139,50	119,60	111,33	109,71	112,25	118,11

Vrednosti iz prethodne tabele određuju se na sledeći način:

$$F(1) = 500 + 10 = 510$$

$$F(2) = 500 + 10 + 12 = 522$$

$$F(3) = 500 + 10 + 12 + 16 = 538$$

$$F(4) = 500 + 10 + 12 + 16 + 20 = 558$$

$$F(5) = 500 + 10 + 12 + 16 + 20 + 40 = 598$$

.....

$$\bar{F}(1) = 510 / 1 = 510,00$$

$$\bar{F}(2) = 522 / 2 = 261,00$$

$$\bar{F}(3) = 538 / 3 = 179,33$$

$$\bar{F}(4) = 558 / 4 = 139,50$$

$$\bar{F}(5) = 598 / 5 = 119,60$$

.....

Mašinu treba zameniti novom posle n perioda eksploatacije kada je:

$$\bar{F}(n-1) > \bar{F}(n) < \bar{F}(n+1).$$

Iz prethodne tabele se vidi da je gornja nejednačina zadovoljen za $n=7$ odnosno mašinu treba zameniti po isteku sedmog perioda eksploatacije, tj.

$$\bar{F}(7-1) > \bar{F}(7) < \bar{F}(7+1),$$

$$111,33 > 109,71 < 112,25.$$

Takođe period u kome treba zameniti mašinu može se odrediti i iz odnosa troškova održavanja i prosečnih troškova eksploatacije po odgovarajućim periodima kao:

$$f(n) < \bar{F}(n-1)$$

$$f(7) = 100 < 111,33 = \bar{F}(7-1)$$

odnosno

$$f(n+1) < \bar{F}(n)$$

$$f(7+1) = 130 > 109,71 = \bar{F}(7).$$

Zadatak 02:

Vrednost mašine pri kupovini iznosi $K = 100$ NJ. Faktor otpisa vrednosti mašine, u zavisnosti od vremena, dat je izrazom $\phi(t) = 1 - 0,2 \cdot t^{1/2}$, dok su nominalni troškovi održavanja, u zavisnosti od vremena, dati preko funkcije $f(t) = 2 \cdot t^2$. Odrediti period u kome mašinu treba zameniti novom.

Rešenje:

Kako su troškovi održavanja, u zavisnosti od vremena, dati u nominalnim iznosima i pošto se pri zameni mašine otpisuje deo njene vrednosti definisan funkcijom $\phi(t)$, period u kome treba zameniti mašinu određuje se preko *modela zamene bez diskontnog faktora i sa delimičnim otpisom*.

Ukupni troškovi eksploatacije dati su izrazom:

$$\begin{aligned} F(t) &= K \cdot [1 - \phi(t)] + f(t) = 100 \cdot [1 - (1 - 0,2 \cdot t^{1/2})] + 2 \cdot t^2 = \\ &= 100 \cdot 0,2 \cdot t^{1/2} + 2 \cdot t^2 = 20 \cdot t^{1/2} + 2 \cdot t^2, \end{aligned}$$

dok se prosečni troškovi eksploatacije određuju kao:

$$\begin{aligned} \bar{F}(t) &= \frac{1}{t} \cdot K \cdot [1 - \phi(t)] + \frac{1}{t} \cdot f(t) = \frac{1}{t} \cdot 20 \cdot t^{1/2} + \frac{1}{t} \cdot 2 \cdot t^2 = \\ &= 20 \cdot t^{-1/2} + 2 \cdot t. \end{aligned}$$

Period, kada treba zameniti mašinu, tj. za koji su minimalni prosečni troškovi dobija se kada se prvi izvod funkcije $\bar{F}(t)$ izjednači sa nulom:

$$\frac{d\bar{F}(t)}{dt} = \frac{d}{dt} (20 \cdot t^{-1/2} + 2 \cdot t) = 20 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot t^{(-1/2)-1} + 2 = -10 \cdot t^{-3/2} + 2,$$

odnosno:

$$\begin{aligned} -10 \cdot t^{-3/2} + 2 &= 0 \rightarrow \frac{5}{t^{3/2}} = 1, \\ t^{3/2} &= 5 \rightarrow t = \sqrt[3]{5^2} = 2,924 \rightarrow t_0 \approx 3. \end{aligned}$$

Kako je drugi izvod funkcije $\bar{F}(t)$:

$$\frac{d^2\bar{F}(t)}{dt^2} = 15 \cdot t^{-5/2} > 0$$

to praktično znači da je mašinu potrebno zameniti pred kraj trećeg perioda.

Za period od tri vremenske jedinice karakteristične veličine su sledeće:

1. Ukupni troškovi eksploatacije:

$$F(t_0) = 20 \cdot t_0^{1/2} + 2 \cdot t_0^2 \rightarrow F(3) = 20 \cdot 3^{1/2} + 2 \cdot 3^2 = 52,64 \text{ NJ},$$

2. Prosečni troškovi eksploatacije:

$$\bar{F}(t_0) = 20 \cdot t_0^{-1/2} + 2 \cdot t_0 \rightarrow \bar{F}(3) = 20 \cdot 3^{-1/2} + 2 \cdot 3 = 17,55 \text{ NJ},$$

3. Vrednost mašine pri zameni:

$$K \cdot \phi(t_0) = 100 \cdot [1 - 0,2 \cdot t_0^{1/2}] \rightarrow$$

$$K \cdot \phi(3) = 100 \cdot [1 - 0,2 \cdot 3^{1/2}] = 65,36 \text{ NJ},$$

4. Vrednost otpisanog dela mašine:

$$K \cdot [1 - \phi(t_0)] = 100 \cdot [1 - (1 - 0,2 \cdot t_0^{1/2})] \rightarrow$$

$$K \cdot [1 - \phi(3)] = 100 \cdot [1 - (1 - 0,2 \cdot 3^{1/2})] = 100 \cdot 0,2 \cdot 3^{1/2} = 34,64 \text{ NJ}.$$