

## 5. DIZAJN EKSPERIMENTA

### 5.1. Modelovanje

U savremenoj nauci modeli objekata upravljanja imaju centralnu ulogu, obzirom da se zasnivaju na opštim zakonitostima ili teorijama pomoću kojih mogu predvideti ili objasniti ponašanje sistema u specifičnim situacijama. Modeli se mogu definisati u više oblika, ali što je kompleksniji fenomen za koji su definisani, od većeg je značaja da se i modeli moraju razvijati u obliku formalnog prikaza uz nedvosmislenu interpretaciju.

Naučno, odnosno eksperimentalno modelovanje predstavlja proces generisanja fizičkih, konceptualnih ili matematičkih prikaza stvarnih fenomena koje je teško posmatrati direktno (prema Encyclopedia Britannica). Naučni modeli se koriste da objasne i predvide ponašanje stvarnih objekata ili sistema i koriste se u širokom opsegu naučnih disciplina. Iako je modelovanje centralna komponenta savremene nauke, naučni modeli se u najboljem slučaju mogu posmatrati aproksimacijama objekata i sistema koje predstavljaju – oni nisu njihova egzaktna replika. S tim u vezi široka naučna zajednica kontinualno radi na unapređenju i rafinaciji kako postojećih modela, tako i postojećih načina i metoda modelovanja.

Zavisno od stadijuma u razvoju ili kompleksnosti sistema koji je objekat modelovanja, naučno modelovanje može rezultovati formiranjem fizičkih, apstraktnih, konceptualnih, grafičkih ili matematičkih modela. Savremena nauka nudi rastuću kolekciju metoda, tehnika i teorija o različitim načinima specijalizovanih naučnih pristupa modelovanju.

Matematički modeli, kao segment naučnih modela, su matematička slika realnosti. Odnosno, drugim rečima, opis objekta ili sistema primenom matematičkog koncepta i znakova. Proces formiranja matematičkih modela je proces matematičkog modelovanja. Postoje brojne definicije matematičkog modelovanja. Međutim, najčešće primenjivana definicija koja nedvosmisleno iskazuje suštinu je: „matematičko modelovanje predstavlja implementaciju matematike u rešavanju nestruktuiranih problema u realnim situacijama“. Na taj način, problemi iz svakodnevnog života koji su objekat našeg interesovanja, se transformišu u matematički problem i rešavaju upotrebom matematičkih tehnika.

U suštini, gotovo sve u fizičkom ili biološkom svetu, bilo da je u pitanju prirodni fenomen ili uključuje uticaj tehnologije ili ljudskog delovanja, može biti objekat analize primenom matematičkih modela i može se predstaviti matematičkim izrazima. Takođe, matematički modeli su često i alat optimizacije i osnova kontrolnih mehanizama objekata ili sistema.

Numerički modeli, kao segment matematičkih modela, su modeli koji koriste određenu numeričku proceduru vremenskog uzorkovanja kako bi se dobila slika o ponašanju objekta tokom vremena. Paradoks je da sama numerička procedura izrade modela može biti sprovedena i bez poznavanja osnovnih osobina sistema koji je objekat modelovanja (strukture, broja elemenata i njihove međusobne veze). S tim u vezi, razvoj numeričkih metoda modelovanja, modelovanje kao proces je učinilo široko dostupnim, u prvom redu razvojem takozvanih tehnika modelovanja po principu tzv. „crne kutije“. Tako posmatrano, ukoliko se neadekvatno primenjuje, primena alata numeričkog modelovanja u predviđanju ponašanja sistema u principu može biti manje precizno u poređenju sa realnim merenjima zasnovanim na eksperimentu.

Na taj način, čak iako je teorijski moguće primenjivati alate numeričkog modelovanja i za sistema koji nisu u potpunosti poznati, jasno je pravilo da što je sistem koji se želi da modeluje više poznat, to su i bolji rezultati kojema će finalni model ishodovati.

Kao posledica razvoja opšte teorije sistema, krajem 20 i početkom 21. veka, paralelno sa razvojem savremenih informaciono komunikacionih tehnologija, došlo je do sve većeg razvoja velikog broja računarskih alata za modelovanje. Na taj način, razvijene su softverske aplikacije koje se upotrebljavaju u specijalizovanim naučnim disciplinama (na primer: DWSIM i HSC za hemijsko inženjerstvo, FreeMat za brz razvoj prototipa u mašinstvu, Minsky – za razvoj i simulaciju finansijskih modela, Mobility Testbed – za razvoj transportnih modela, Step – za modelovanje u fizici ili Auto Cast – softver za modelovanje procesa livenja metala, CircuitLogix – za elektrotehniku, SimProcess – za biznis modele i mnogi drugi) ali i opšte softverske aplikacije koje su primenjive nezavisno od naučne oblasti za koju se model razvija (MATLAB – opšte prihvaćen softver za modelovanje praćen paketom SIMULINK koji se koristi za simulaciju rada modela, Mathematica – programski jezik koji je i odlična platforma za razvoj modela i simulaciju, LISREL – za razvoj modela po principu strukturne jednačine, Modelica, SimCad Pro i mnogi drugi). Svakako, aplikacije i jedne i druge vrste, u suštini nude interaktivno okruženje koje korisnicima omogućava sagledavanje strukture modela, omogućuje pokretanje modela kao simulacije, i procenu njihovih predviđanja.

Paralelno sa razvojem softverskih aplikacija, kao alata za modelovanje, odvija se značajno istraživanje računarskih metoda za prepoznavanje i strukturiranje raspoloživih informacija iz mase podataka. Značajni deo rada na ovom polju, posebno sa paradigmon „Data Mining-a“, ističe formalizam zasnovan na drvetu odlučivanja (Decision tree) i logičkim pravilima koji originalno potiču iz oblasti

veštačke inteligencije. U početku ove tehnike su široku primenu imale u društvenim naukama a nedovoljno su bile zastupljene u tehnici. Danas su podjednako zastupljene u društvenim i tehničkim naukama.

Na sreću, kao alternativna paradigma početkom 21. veka, javlja se razvoj tehnika tzv. „računarskog naučnog otkrića“, koje se bave prepoznavanjem raspoloživih informacija (otkrivanje znanja) zasnovanog na numeričkim jednačinama i drugim formalizmima prikaza koje su u širokoj upotrebi u oblasti nauke i inženjerstva. Istraživanja na ovom polju dovela su do objedinjavanja tehnika „data mining-a“ i tehnika baziranih na pronalaženju polaznih informacija za definisanje modela sistema zasnovanih na fizičkim zakonima i numeričkim jednačinama koje proističu iz njih. To dovodi do povećanja automatizovanosti procesa sakupljanja i obrade podataka u cilju definisanja modela razmatranih sistema, koji su osnova razvoja savremenih metoda modelovanja u 21. veku. Jasna je činjenica da će naučna zajednica imati benefite od računarskih alata koji kombinuju prednosti dostupnih okruženja za modelovanje sa snagama postojećih metoda za analizu i otkrivanje značaja u raspoloživim podacima o sistemu koji je objekt modelovanja.

Na taj način, rezultat razvoja savremenih softverskih okruženja za modelovanje kompleksnih procesa, ide u pravcu definisanja računarskog okvira koji omogućuje istraživačima da vrše automatsku akviziciju podataka, urade digitalno uzorkovanje, formulišu model, generišu predviđanja zasnovana na modelu, detektuju odstupanja u predviđanjima koja indiciraju potrebu za revizijom samog modela, i na kraju automatski menjaju polazni model shodno tim zaključcima.

Ciljevi modelovanja objekata ili sistema su:

- Upotreba modela umesto realnog sistema kako bi se merili parametri samog sistema;
- Izbegavanje rizika eksperimentisanja na realnim sistemima;
- Dobijanje rezultata čija analiza može omogućiti efikasni operacioni menadžment i optimizaciju realnih sistema;
- Smanjenje troškova koje stvara optimizacija zasnovana na korišćenju modela umesto realnog sistema.

Iako su navedeni ciljevi logični i deluju jednostavno, u kompleksnim sistemima često nije tako jednostavno dostići ih. S druge strane, većina tehničko-tehnoloških procesa, posebno u industriji, predstavljaju veoma kompleksne sistema sastavljene

od velikog broja međusobno povezanih podsistema i elemenata, kao i veoma komplikovanih interakcija.

Posmatrano iz ugla opšte teorije sistema (General System Theory – GST), svaki takav tehnološki proces može se definisati kao kompleksni sistem sa jednom ili više izlaznih veličina (zavisnih promenljivih) i velikog broja ulaznih veličina (nezavisnih promenljivih). Prema suštini GST-a, optimizacija takvih sistema se zapravo sastoji u dobijanju željenih vrednosti izlazne veličine (veličina) koje trebaju biti unutar unapred definisanih željenih graničnih vrednosti. Ovaj cilj se može postići na dva načina.

Prvi način se zasniva na formiranju kontrolne jedinice samog sistema (regulatora). Drugi način se bazira na mogućnosti izvođenja kontrolisanih i planiranih izmena strukture sistema koji se razmatra. Međutim, uzevši u obzir kompleksnost sistema, obe metode zahtevaju adekvatni model istraživanog sistema koji se može upotrebiti kao osnova za dalju optimizaciju. Razlog za to je što se kontrolna jedinica zapravo zasniva na inverziji jednačine matematičkog modela objekta upravljanja, dok sa druge strane izmena strukture realnog sistema može biti previše skupa ukoliko nije zasnovana na prethodnoj analizi i simulaciji zasnovanoj na modelu samoga sistema. Takođe, može dovesti do pogrešne reorganizacije strukture sistema.

Imajući u vidu da u operativnom menadžmentu postoji verovanje da se potpuna optimizacija bilo kojeg sistema ne može postići, svaki sistem je i objekat ponovne optimizacije u budućnosti. S tim u vezi, ukoliko se definiše dovoljno tačan model sistema, on se može koristiti kao alat za sledeće iteracije optimizacije, imajući u vidu na najvišem nivou valjanosti modela (prediktivna valjanost), model može rezultovati predviđanjem izlaznih vrednosti zasnovano na različitim scenarijima i kombinaciji ulaznih veličina. Na taj način, razvoj preciznog modela tehnološkog procesa je od suštinskog značaja u savremenom operativnom menadžmentu tehnoloških procesa, obzirom da omogućuje znatno jednostavniji način akvizicije procesnih podataka, što je od suštinskog značaja za optimizaciju rada kompleksnih sistema.

Kompleksnost operativnog menadžmenta savremenih tehnoloških procesa, se dodatno uvećava početkom 21. veka. Razlog za to treba tražiti u činjenici da savremeni tehnološki procesi ne zahtevaju optimizaciju samo tehničko – tehnoloških i ekonomskih, već i organizacionih i ekoloških aspekata procesa. Na taj način, uspešno operativno planiranje i optimizacija bilo kog savremenog tehnološkog procesa podrazumeva prethodno definisanje procesnog modela koji uključuje veliki broj tehničkih, ekonomskih i ekoloških parametara istovremeno.

Na osnovu napred rečenog, izbor najadekvatnijeg pristupa modelovanju stvarnog tehnološkog procesa, je od suštinskog značaja za postizanje definisanih ciljeva modelovanja.

I pored intenzivnog razvoja metoda modelovanja u različitim oblastima nauke i tehnike, može se tvrditi da jedinstvena klasifikacija svih potencijalnih vidova modelovanja još uvek nije razvijena.

Prema Willis-u i Tham-u, svaki opis sistema se može smatrati modelom tog sistema. Modeli omogućuju kontrolu efekata vremena i prostora, ekstrakciju osobina i samim time uprošćavanje, i zadržavanje samo onih detalja koji su relevantni za razmatrani problem. Upotreba modela samim time smanjuje potrebu za stvarnim eksperimentima i omogućuje dostizanje mnogih različitih ciljeva sa smanjenim troškovima, rizikom i vremenom potrebnim za analizu.

Prema istim autorima, model može biti matematički ili statistički opis određenog aspekta procesa. Pored toga, model može biti u obliku kvalitativnog kao i kvantitativnog opisa ponašanja procesa.

Ipak sa aspekta još opštije klasifikacije, modeli se najopštije mogu svrstati u jednu od dve klase modelovanja. Prva je klasa simboličkih (u najvećem broju slučajeva numeričkih) i klasu realnih (fizičkih, materijalnih) modela.

Imajući u vidu tako generalizovanu klasifikaciju, kompleksni tehnološki procesi su najčešće u savremenoj naučnoj spoznaji podvrgnuti analizi uz upotrebu simboličkih, odnosno numeričkih modela. Pri tome, simbolički modeli opisuju objekat, proces ili pojavu na nekom od jezika (skupa simbola) karakterističnih za prirodu samog objekta upravljanja koji se istražuje.

Da bi se dalje opisao simbolički jezik modelovanja, treba početi od činjenice da je gotovo svaka inženjerska odnosno naučna disciplina u početku razvijala sopstveni jezik simbola tokom svog istorijskog razvoja. Prvi jezik korišćen za opis bilo koje naučne discipline bio je naravno – verbalna komunikacija. Sledeći jezik bio je matematički jezik izražen svojim simbolizmom, relacijama i logičkim zavisnostima. Na taj način, počevši od James Watt-a i njegovog izuma centrifugalnog regulatora, koji je zapravo predstavljao prvi sistem automatske regulacije, počeo je i razvoj savremenog pristupa matematičkom modelovanju. Ipak, obzirom da je Watt prvenstveno bio praktičar, izumitelj i inženjer, on nije prvi razvio i matematički model svog regulatora dinamičkog sistema parne mašine (odnosno centrifugalnog regulatora). Zapravo, prvi teoretičar koji je ovaj sistem opisao upotrebom numeričkog modela bio je James Clerk Maxwell.

On je napisao čuveni rad "o upravljačkim regulatorima" (On governors) koji se

smatra klasikom u teoriji kontrolnog upravljanja uz primenu povratne sprege (feedback control theory) i predstavlja inspiraciju čak i današnjim istraživačima u ovoj oblasti. Potom, došlo je do daljeg istraživanja u oblasti optimizacije i kontrole dinamičkih sistema, počevši sa Routh-om i Hurwitz-om koji su istraživali stabilnost linearnih sistema, ali i paralelno sa Lyapunov-im koji je među prvima analitički razmatrao mogućnost modelovanja nelinearnih sistema, preko Lorentz-a i čuvenog "Efekta leptira", pa sve do savremenih istraživanja krajem 20-tog i početkom 21-vog veka.

Jedno vreme u istorijskom razvoju matematičkog modelovanja, gotovo svako naučno i tehničko polje je razvijalo svoj jedinstveni jezik simbola. Međutim, najviše kao posledica intenzivnog razvoja informaciono-komunikacionih tehnologija, javljaju se mogućnosti modelovanja raznih pojava. Ovo je ponovo dovelo do određene standardizacije simbolizma modelovanja i njihove široke primene, što dovodi do opštosti kompjuterske simulacije i primene modelovanja. Samim time, standardni matematički simboli i logičke relacije ponovo postaju osnovni alat modelovanja.

Svaka naučna disciplina potom prilagođava svoju simboliku standardnim matematičkim formama izražavanja. Veliki broj autora u savremenoj literaturi bavi se razvojem modela različitih tehnoloških procesa u cilju njihove optimizacije. Na taj način, razvijaju se alati za optimizaciju tehničko – tehnoloških, ekonomskih ali i ekoloških aspekata razmatranih procesa. Takođe, veliki je broj aplikacija modelovanja koje se bave analizom efekta staklene bašte i klimatskih promena, kao posledice delovanja procesnih tehnologija.

Među prvim radovima koji se bave problematikom modelovanja i računarske simulacije, još u drugoj polovini dvadesetog veka, javlja se rad Schindel-a sa saradnicima, 1982., pod nazivom Modelovanje i simulacija. U ovom radu oni daju pregled o različitim aspektima modelovanja i tehnika simulacija koji se primenjuju u razvoju mikroprocesora. Ova oblast je upravo u tom periodu krenula sa svojom značajnom ekspanzijom. Oni prikazuju relacije između tehnoloških parametara procesa, fizičkih efekata i performansi samih konačnih proizvoda. Opisuju primenjivost različitih simulacionih modela sa aspekta različitih nivoa kompleksnosti modela.

Sam nivo razvoja kompjuterskih tehnologija ograničava tadašnje modele na uključivanje manjeg broja uticajnih parametara u finalni model.

Potom, na prelazu u dvadeset prvi vek sa daljim razvojem savremenih informaciono komunikacionih tehnologija, sve veći broj procesnih parametara se može uvrstiti u

modele tehnoloških procesa. Takođe, dolazi do razvoja računarskih tehnika dizajna eksperimenta.

Kod razvoja modela primenom ove tehnike, u obzir se mogu uzeti veliki broj parametara procesa koji mogu biti od uticaja na ishod samog procesa.

Na osnovu brojnih primera iz literature očigledna je velika primenljivost različitih alata modelovanja u različitim oblastima savremene nauke i tehnike. Takođe, prisutna je i diverzifikacija potencijalnih alata i tehnika modelovanja koje autori primenjuju na različite tehnološke procese koji su objekat njihovog proučavanja. U nekim slučajevima čak nije ni najjasnije predočeno iz kog razloga su se autori opredelili za konkretan metod modelovanja razmatranog procesa. Često se izbor vrši, jednostavnom selekcijom nekog od načina modelovanja koji su primenjivali drugi istraživači koji su modelovali slične sisteme.

Uzevši u obzir činjenicu da matematički model mora da reflektuje stvarni tehnološki proces što je bolje moguće, kao i ograničenja do kojih savremeni apparatus matematičkog modelovanja može stići; javlja se pitanje idealizacije realnog procesa. Na taj način, s jedne strane ne treba zanemariti primarne karakteristike procesa, dok sa druge strane ni matematički model ne sme biti suviše kompleksan. Razlog za to je što suviše kompleksan matematički model može otežati samu matematičku analizu. Takođe, kompleksnost sužava primenljivost modela na usko okruženje neke od ravnotežnih tačaka sistema.

Shodno tome, prema analizi raspoložive literature i prethodnog istraživanja u ovoj oblasti, ukoliko se ostave po strani modeli u formi realnih maketa objekata (fizički modeli), numerički modeli mogu biti zasnovani na osnovi dva polazna pristupa: matematički pristup i statistički pristup.

Potom, dalja klasifikacija se može zasnivati na načinu razvoja i razrade samih modela. Shodno tome, razvoj modela može biti zasnovan na poznatoj teorijskoj osnovi i naučnoj spoznaji samoga sistema. Ovaj vid modelovanja će u daljem tekstu biti označen kao M1 pristup modelovanju. Ova oznaka će biti korišćena i iz razloga što je ovakav vid modelovanja u literaturi poznat i kao „prvi princip modelovanja“.

Najčešće se u takvim slučajevima matematički model zasniva na sistemu diferencijalnih jednačina i struktura sistema je posledica spoznaje teorijske osnove samog razmatranog sistema. Zavisno od samog sistema, struktura finalnog modela može biti prikaz zbirnog parametra (lumped parameter) ili ravnomerno raspodeljenih parametara sistema (distributed parameter representation). Modeli zasnovani na zbirnom parametru se najčešće opisuju ordinarnim (običnim) diferencijalnim jednačinama (ODE), dok se distributivni parametri opisuju

sistemima parcijalnih diferencijalnih jednačina (PDE). ODE se koriste za opis sistema u jednoj dimenziji, najčešće vremenu (formiranje dinamičkog sistema na osnovu vremenskih serija). PDE modeli uzimaju u obzir više dimenzija, kao i moguću nehomogenost u ponašanju i strukturi sistema, na njegovim različitim lokacijama.

Za M1 pristup modelovanju, u celini, kao preduslov je neophodno poznavati strukturu sistema i prirodu samog sistema koja se reflektuje u nekom fizičkom zakonu koji opisuje njegovo ponašanje. Potom, se razvija sam model u formi ODE ili PDE sistema diferencijalnih jednačina, zavisno od stanja sistema, odnosno zavisno od toga koliko nezavisnih promenljivih je neophodno za opis stanja sistema. Validacija konstruisanog modela se zasniva na upoređenju rezultata rešenja sistema diferencijalnih jednačina sa izlazima realnog sistema. Međutim, ovakvi modeli u sebe uključuju brojne aproksimacije i uprošćavanja. Posebno su kompleksniji modeli formirani za sisteme sa distributivnim parametrima, na bazi PDA. U velikom broju slučajeva se čak i takvi sistemi aproksimiraju nizom ODE i tada se dobijaju pojednostavljena polaznog modela.

Takođe, obzirom da potpuno linearni sistemi u prirodi ne postoje, već se samo mogu posmatrati kao teorijski konstrukt, uspeh M1 pristupa modelovanju se zasniva na linearizaciji sistema nelinearnih diferencijalnih jednačina u okruženju izabrane ravnotežne tačke sistema. Ovo vodi ka poteškoćama modelovanja kompleksnih sistema, koji mogu imati više od jednog stabilnog stanja i samim time više od jedne ravnotežne tačke. Takođe, dinamičko ponašanje realnih sistema dodatno otežava ovaj pristup modelovanju. Samim time, ovakav pristup modelovanju sistema je najčešće primenjiv za jednostavne realne (fizičke sisteme) i, naravno, za apstraktne sisteme pre njihove realne konstrukcije. Shodno tome, najčešće usled vremenskih ograničenja, razvoj modela M1 pristupom često može biti praktično neefikasan. Ovo je posebno izraženo kada je prethodno znanje o procesu koji se želi modelovati nedovoljno jasno ili ukoliko je proces toliko kompleksan da se rezultujući sistem diferencijalnih jednačina ne može rešiti u realnom vremenu.

U takvim okolnostima, najčešće se pristupa potpuno drugačijem pristupu modelovanju, koji će u daljem tekstu biti označen kao M2 pristup modelovanju. Ovaj način modelovanja (M2) se zasniva na eksperimentalno dobijenim, ili izmerenim, funkcionalnim zavisnostima stvarnog objekta upravljanja u nestacionarnom režimu. U literaturi je ovaj vid modelovanja prisutan i pod nazivom „identifikacija sistema“ ili „modelovanje upravljano podacima“. Kod ovog pristupa modelovanja koriste se posmatranja (merjenja) sistema kako bi se model razvio empirijski. Često se koristi unapred dizajniran eksperiment kako bi se sakupili



neophodni podaci o sistemu. Na taj način, upotrebom izmerenih izlaza sistema, dobijenih nakon uvođenja predefinisanih ulaznih signala, definiše se matematički model objekta sistema. U ovakvim slučajevima najčešće nije neophodno detaljno poznavati strukturu sistema (broj elemenata, njihove karakteristike i način međusobnog povezivanja elemenata), kao ni fizičke zakonitosti ponašanja sistema. U ovom pristupu, dovoljno je sakupiti izlaze sistema, nakon uvođenja prethodno zadatih vrednosti ulaznih veličina i na taj način formirati polaznu bazu podataka za dalji proces modelovanja. Ovo je jedan od razloga zbog kojeg se ovakav pristup naziva modelovanje po principu „crne kutije“. Ovakav vid modelovanja realnih sistema dobija sve više na značaju i na primeni u operativnom menadžmentu, iz praktičnih razloga svoje jednostavnosti.

Prema tome, jednostavno rečeno, modeli po principu crne kutije jednostavno opisuju vezu između ulaza i izlaza razmatranih sistema. Sami parametri funkcija koje opisuju ovu vezu najčešće nemaju realnog fizičkog značaja u smislu ekvivalencije procesnim parametrima, već su reprezent kvazistrukture sistema, koju sam alat modelovanja kreira na bazi relacije ulaznih i izlaznih veličina. Ovo je jedan od nedostataka M2 načina modelovanja u poređenju sa M1 modelovanjem. Ipak, ukoliko je cilj da se verno predstavi zavisnost izlaza od ulaza sistema, i da se na osnovu toga mogu predviđati i analizirati neki trendovi ponašanja samoga sistema, onda je i ovaj vid modelovanja dovoljno adekvatan. Posebno, ukoliko se uzme u obzir jednostavnija procedure izrade ovakvih modela, jasna je široka ekspanzija ovih modela.

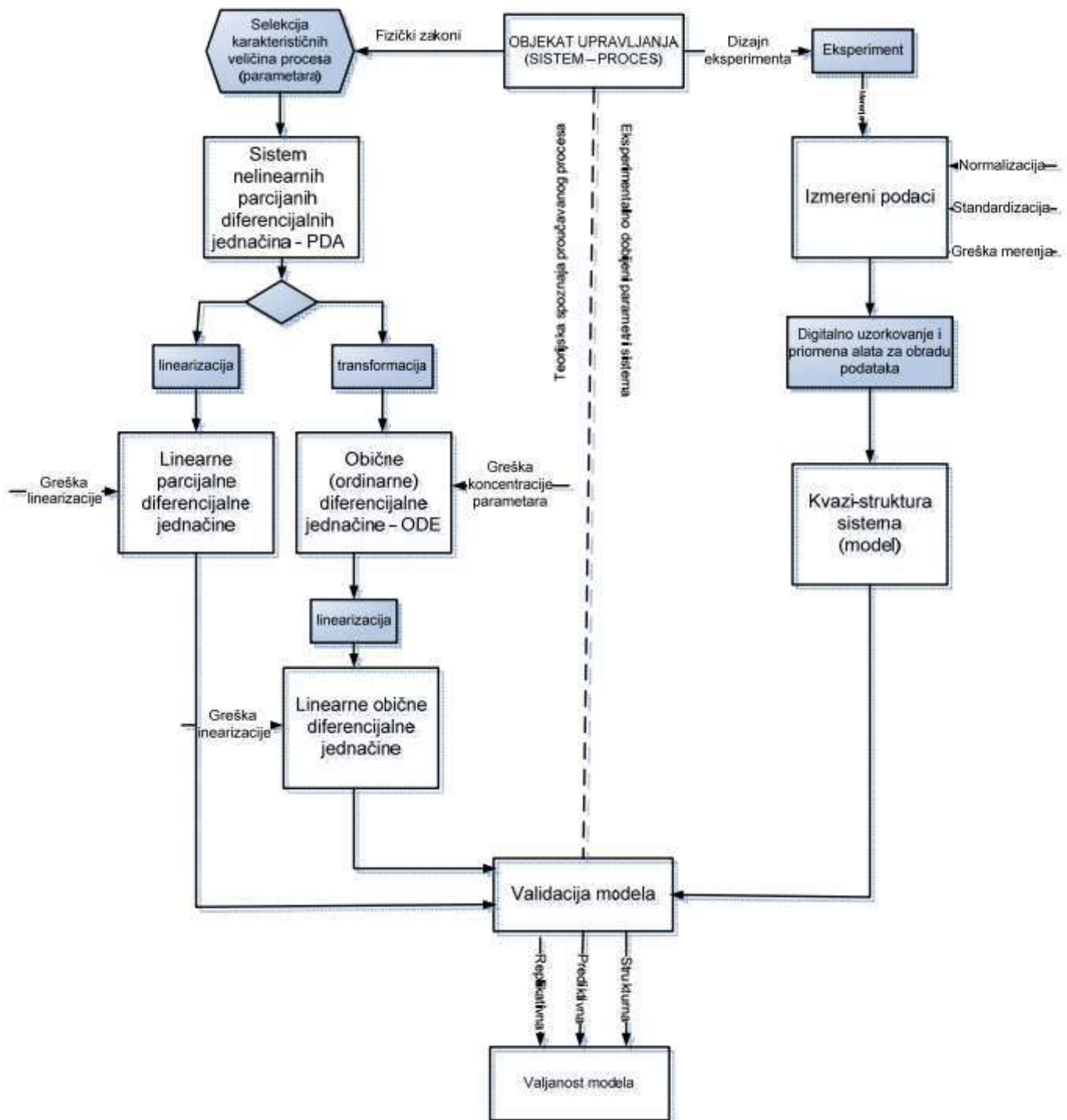
Sami modeli zasnovani na M2 metodologiji se dalje mogu klasifikovati na linearne i nelinearne forme. Što se tiče linearnih modela, predominantni su modeli koji se zasnivaju na vremeskim serijama (vremenski trendovi) ili na funkciji porenosa sistema. Uz dovoljno relevantnih podataka o ulaznim i izlaznim veličinama, može se koristiti veliki broj tehnika da bi se identifikovali parametri linearnih modela po principu crne kutije. Ipak, najčešće korišćene tehnike za ovu vrstu modelovanja su one koje se zasnivaju na algoritmima baziranim na najmanjem kvadratu. U kategoriji nelinearnih modela, vremenske serije se kombinuju sa rešenjima koja se generišu upotrebom generatora slučajnih brojeva, makar na nivou polaznog rešenja. U te svrhe se često koristi modelovanje na principu veštačkih neuronskih mreža. Ovaj vid modelovanja poznat je još sa kraja dvadesetog veka, te se ne može smatrati potpuno novim. Međutim, razvoj savremenih softverskih alata koji u sebe uključuju module za modelovanje po principu veštačkih neuronskih mreža, ponovo dovode do sve aktivnijeg korišćenja ovakvog vida modelovanja.

Što se tiče statističkog modelovanja, postoji indikacije u literaturi da i ovaj vid modelovanja na neki način spada u kategoriju modelovanja po principu crne kutije. Na taj način, modelovanje uz primenu višestruke linearne regresione analize (MLRA), svakako može da se svrsta u kategoriju linearnog statističkog modelovanja, dok npr. veštačke neuronske mreže predstavljaju kategoriju nelinearne statističke analize, sa jednim užim opsegom ulaznih veličina. Takođe, modelovanje koje se zasniva na fazi logici (Fuzzy Logic), pored toga što se kategoriše kao jedan od vidova kvalitativnog načina modelovanja, zasnovano na lingvističkoj interpretaciji pravila za segmentaciju ulaznih veličina po takozvanom 'IF-THEN-ELSE' principu, takođe se svrstava i u nelinearne statističke metode sa više segmenata opsega ulaznih veličina. Potvrda tome je i činjenica da analiza vremenskih serija, koja ima jako statističko uporište pored toga što se svrstava u M2 modelovanja za definisanje linearnih i nelinearnih jednačina modela, takođe ima i jako uporište za naknadnu statističku analizu. Sam statistički pristup modelovanju je u savremenoj nauci postao neophodan zbog postojanja neizvesnosti koje su alocirane u prvom redu u okruženju određenih procesnih sistema. Same tehnike statističkog modelovanja vode poreklo iz statističke analize podstaka, teorije informacije, teorije igara i teorije odlučivanja. U savremenom naučnom pristupu, ove metode su osnova nauke o podacima (Data Science).

Naravno i ovi modeli imaju izvesne nedostatke, u prvom redu jer se dinamičko ponašanje sistema ne može njima opisati. Ipak u savremenoj kontrolnoj praksi, ovi modeli igraju značajnu ulogu kao pomoć kod donošenja odluka višeg nivoa, praćenja procesa, analize podataka i naravno statističke kontrole kvaliteta i statističke kontrole procesa.

Upoređenje odnosa između načina modelovanja zasnovanog na teorijskoj spoznaji i eksperimentalno dobijenim pokazateljima sistema, predstavljeno je na Slici 5.1. Očigledna je razlika u postizanju finalnih modela po ova dva pristupa. Međutim, zajedničko bilo kojem načinu modelovanja je da modeli koji rezultuju trebaju imati validaciju svoje valjanosti na kraju.

Ukoliko bi se napravila korelacija ove klasifikacije načina modelovanja i metoda M1 i M2, M1 metodologija modelovanja bi obuhvatala prostor predstavljenu na levoj polovini slike 5.1, dok je M2 metodologija predstavljena na desnoj polovini.



Slika 5.1. Odnos modelovanja sistema zasnovanog na teorijskoj spoznaji i eksperimentalnim merenjima

## **5.2. Dizajn eksperimenta kao osnova za uspešan razvoj modela sistema po M2 principu**

Eksperimenti se koriste za proučavanje uzročno-posledičnih veza između zavisnih i nezavisnih varijabli. U tom procesu manipuliše se sa jednom ili više nezavisnih promenljivih i meri njihov efekat na jednu ili više zavisnih varijabli.

Eksperimentalni dizajn kreira skup procedura za sistematsko testiranje hipoteze. Dobar eksperimentalni dizajn zahteva značajno razumevanje sistema koji je objekat proučavanja.

Postoji pet ključnih koraka u dizajniranju eksperimenta:

- Razmotriti uticajne varijable i kako su one povezane
- Planiranje kako će se vršiti merenje zavisnih promenljivih
- Formiranje faktorskih grupa promenljivih, za slučaj velikog broja promenljivih i plana modelovanja po principu strukturnih jednačina modela
- Definisane konkretne hipoteze (istraživačkog pitanja) koja se može proveriti
- Dizajniranje eksperimentalnih tretmana da bi se manipuliralo odabranim nezavisnim promenljivama

Za savremeni dizajn eksperimenata, najčešće je u upotrebi Ortogonalni faktorski dizajn. Metoda ortogonalnog eksperimentalnog dizajna (OED) se obično koristi za proučavanje uticaja nekoliko faktora istovremeno i najbolja kombinacija nivoa faktora se može naći u definisanom broju eksperimenata. U daljem tekstu će biti predstavljena primena upravo ove metode, na jednom praktičnom slučaju inženjerske prakse.

### **5.2.1. Praktičan primer primene eksperimentalnog dizajna**

Kao primer primene načina modelovanja zasnovanom na faktorskom eksperimentalnom dizajnu biće predstavljen jedan praktičan primer iz inženjerske prakse. U pitanju je razvoj jednačine matematičkog modela u cilju određivanja optimalnih uslova za izdvajanje bakra iz jalovinskog materijala deponovanog nakon procesa flotacije u proizvodnji bakra u Boru.

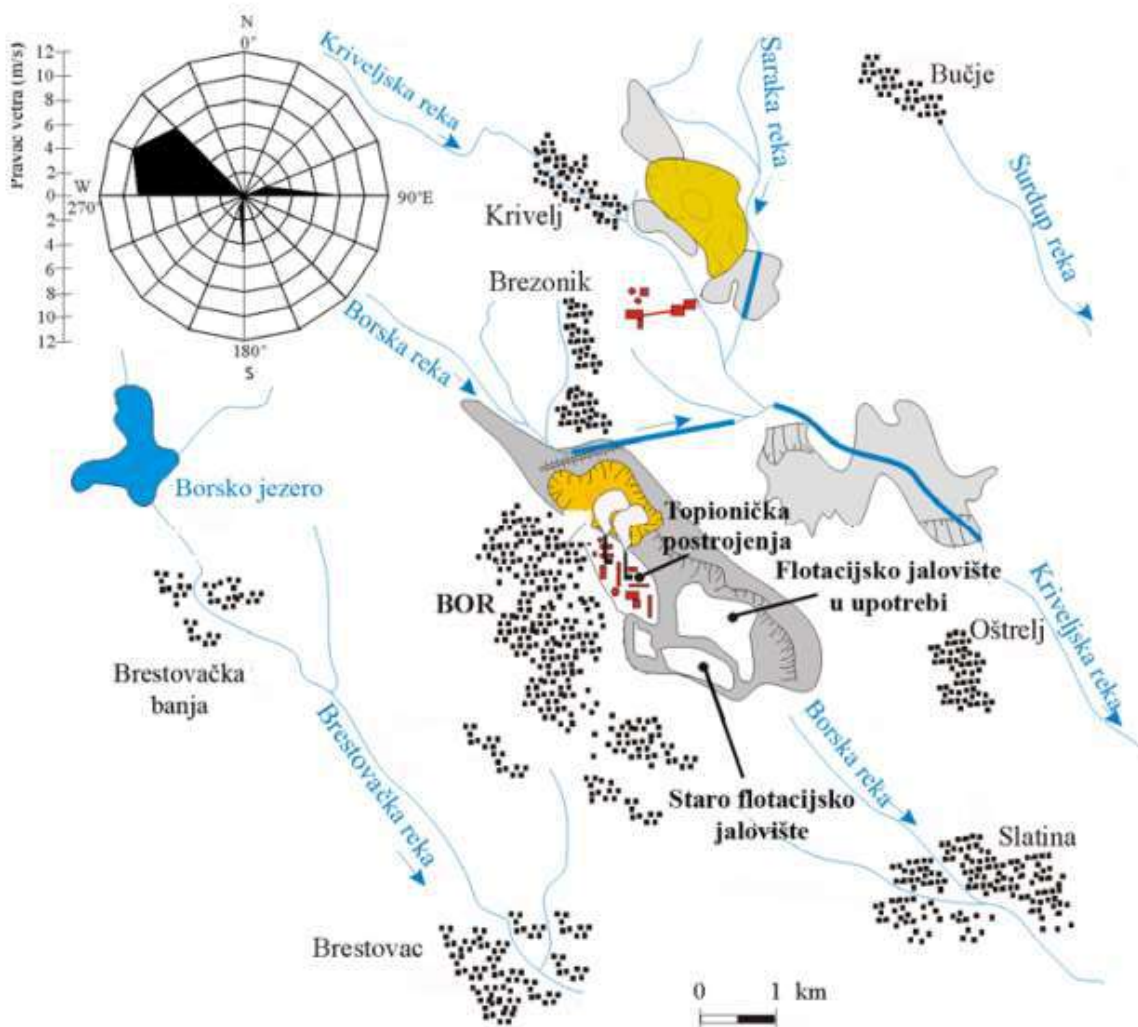
Razlog za formiranjem optimizacionog modela ovog sistema se nalazi u tome što jalovina procesa flotacije, nastala kao nusprodukt pirometalurške proizvodnje

bakra, sadrži još uvek značajnu količinu Cu uz određeni sadržaj drugih – potencijalno opasnih elemenata kao što su: Fe, Sn, Sb, As, i Pb. Ovaj materijal se obično odlaže na otvorenim jalovištima, u neposrednoj blizini same topionice bakra. Takav je bio slučaj i u predstavljenom primeru. Teški metali koji se iz jalovine mogu osloboditi i preći u vodu i zemljište mogu izazvati veliki broj ekoloških problema. Samim time, ovaj materijal je klasifikovan kao opasan otpad direktivom Evropske Unije za integrisanu prevenciju zagađenja (EU Directive 96/61/EC), kao i direktivom o otpadu rudarenja (EU Directive 2006/21/EC).

S druge strane, sadržaj bakra u jalovini je obično dovoljno veliki da bi se mogao izdvojiti ekonomski opravdano, upotrebom adekvatne metodologije, imajući u vidu visoku cenu bakra na svetskom tržištu. Količina ovog materijala je takođe veoma velika, tako da predstavlja veliku alternativnu sirovinsku bazu. Naime, na osnovu savremenih istraživanja iz profesionalne prakse, na svaku tonu proizvedenog bakra nastaje 2.2 tone flotacijske jalovine. Dalje, svake godine nastane približno 24.6 miliona tona jalovine od svetske proizvodnje bakra.

U ovom istraživanju, izvršen je pokušaj izdvajanja bakra iz jalovine flotacije nastale u kompaniji u Boru i deponovane na flotacijskom jalovištu. Sam proces flotacije predstavlja važni stadijum u transformaciji rude bakra u koncentrat, koji je pogodan za dalju operaciju pirometalurškog tretmana (topljenje), i kao takav se ne može izbeći. Rude u savremenoj ekstrakciji bakra obično sadrže nizak sadržaj Cu, oko 0.5%, i samim time zahtevaju flotaciono obogaćivanje da bi se dobili koncentracije preko 20% Cu. Da bi se smanjio uticaj transportnih troškova, u ukupnim troškovima proizvodnje, postrojenja za flotaciju se obično lociraju blizu topionica. Iz istog razloga, flotaciona jalovišta su takođe locirana blizu postrojenja topionice.

Ovo je takođe bio i slučaj sa flotacijskim jalovištem u Boru koje je, usled činjenice da je topionica smeštena blizu centra grada, takođe locirano blizu samog centra grada. U ovom gradu je jalovište na neki način granica između urbane i industrijske zone (Slika 5.2).



Slika 5.2. Lokacija flotacionog jalovišta u blizini grada Bora

Rudarenje bakra u Boru je počelo pre više od 100 godina, tačnije 1903. godine. Površinski kop u Boru je otvoren 1912. godine i korišćen je do 1986. godine. Grad Bor je sagrađen nakon početka rudarsko – metalurške proizvodnje bakra, u samoj blizini rudnika i topionice. U gradu živi blizu 40,000 ljudi, dok još oko 20,000 ljudi živi u ruralnom delu grada, koji su izloženi potencijalnoj opasnosti od akumuliranog industrijskog otpada.

Imajući u vidu da je flotacijska jalovina akumulirana u ranijem periodu, bez bilo kakve obrade, procenjuje se da se na ovom jalovištu nalazi blizu  $10^9$  tona ovog materijala.

Takođe, utvrđeno je da je prosečni sadržaj bakra u ovom materijalu 0.24%. Obzirom da je ovaj materijal razliven na velikoj površini i obzirom na pravac vetra (Slika 5.2), prašina sa ove lokacije u formi PM2.5 i PM10 se transferuje na urbani deo grada ali

i ka oblasti poljoprivrednog zemljišta u ruralnom delu grada. Ovakva lokacija jalovišta u blizini grada predstavlja oblast veoma velikog rizika prema Evropskim standardima. Istraživanja koja su sprovedena u prethodnom periodu nedvosmisleno pokazuju da je ova oblast najzagađenija u Jugoistočnoj Evropi. S druge strane, potpuna remedijacija celokupnog jalovišta zahtevala bi suviše veliko investiciono ulaganje. Takođe, i brojni drugi rudnici u svetu se suočavaju sa problemom flotacionih jalovišta.

Situacija postaje posebno kritična nakon zatvaranja rudnika. Najčešće, flotacijska jalovišta ostaju samo delimično stabilizovana, predstavljajući veliki ekološki hazard.

Imajući u vidu navedenu situaciju, nekoliko tehnoloških metoda je predloženo u savremenoj literaturi kako bi se smanjio ili eliminisao problem koji se javlja kod flotacionih jalovišta. Većina navedenih istraživanja se bavila hidrometalurškim tretmanom jalovinskog materijala u cilju izdvajanja preostalih korisnih materijala.

Istraživanje koje je predstavljeno ovde, kao polaznu osnovu je uzelo iskustvo prethodnih istraživača, u cilju formiranja dizajna eksperimenta za dobijanje optimalnih uslova ekstrakcije bakra iz jalovinskog materijala. Imajući u vidu visoku cenu bakra na svetskom tržištu ([https://ycharts.com/indicators/copper\\_price#:~:text=Basic%20Info,12.35%25%20from%20one%20year%20ago](https://ycharts.com/indicators/copper_price#:~:text=Basic%20Info,12.35%25%20from%20one%20year%20ago). ) ovo bi garantovalo dodatni prihod koji bi se delimično mogao iskoristiti za remedijaciju i bezbedno uklanjanje finalnog jalovinskog materijala nakon obrade.

Sam metod istraživanja zasniva se na dizajnu eksperimenta primenom metoda faktorskog eksperimentalnog dizajna u cilju dobijanja matematičkog modela koji će uključivati sve važne faktore procesa u isto vreme. Najvažniji eksperimentalni faktori i mogući opseg svake eksperimentalne promenjive, kao polazna osnova procedure modelovanja, zasnovani su na literaturnom pregledu i prethodnim eksperimentima.

Uz upotrebu faktorskog eksperimentalnog dizajna, moguće je dizajnirati eksperimentalnu postavku uz optimalne uslove procesa koji mogu dovesti do maksimalnog iskorišćenja bakra iz jalovinskog materijala.

U praktičnoj proceduri proceduri eksperimentalnog dizajna postoje tri značajna koraka. Ovi koraci su:

- Statistički dizajn optimalnih uslova istraživanog procesa,
- Estimacija koeficijenata modela uz predviđanje odziva i
- Statistička analiza dobijenog modela.

Najčešće korišćen eksperimentalni dizajn, za predviđanje osnovnih efekata i interakcije efekata faktora procesa, u današnje vreme je  $2^n$  faktorski dizajn. U ovom pristupku, svaka varijabla ( $X_i, i=1 \div n$ ) se ispituje na minimum dva nova.

Kako broj faktora ( $n$ ) raste, raste i broj iteracija za kompletnu replikaciju dizajna. Samo modelovanje sistema može se ostvariti upotrebom modela prvog reda, definisanog jednačinom:

$$y = b_0 + \sum_{i=1}^n b_i x_i + \sum_{i=1}^n \sum_{j>1}^n b_{ij} x_i x_j$$

Ili modelom drugog reda, koji je:

$$y = b_0 + \sum_{i=1}^n b_i x_i + \sum_{i=1}^n b_{ii} (x_i^2 - \overline{x_i^2}) + \sum_{i=1}^n \sum_{j>1}^n b_{ij} x_i x_j$$

Gde je:

$$\overline{x_i^2} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i^2$$

U poslednjoj jednačini  $N$  predstavlja ukupni broj eksperimenata, uključujući ponovljene ("holdout") eksperimentalne postavke.

Na taj način, uz sledeću aproksimaciju:

$$b_0' = b_0 - \sum_{i=1}^n b_{ij} \overline{x_i^2}$$

Model drugog reda se može predstaviti kao:

$$y = b_0' + \sum_{i=1}^n b_i x_i + \sum_{i=1}^n b_{ii} x_i^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{j>1}^n b_{ij} x_i x_j$$

Procena tačnosti razvijenog modela (kako prvog tako i drugog reda) može se postići upotrebom korena srednje kvadratne greške ("root means squared error - RMSA") proračunate između predviđanja modela i eksperimentalno dobijenih vrednosti izlaznih veličina, primenjeno na "holdout" slučajeve koji su dodati eksperimentalnom planu upravo za procenu čiste greške eksperimenta.



$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{m_o} \cdot \sum_{i=1}^{m_o} (y_i - y_i')^2}$$

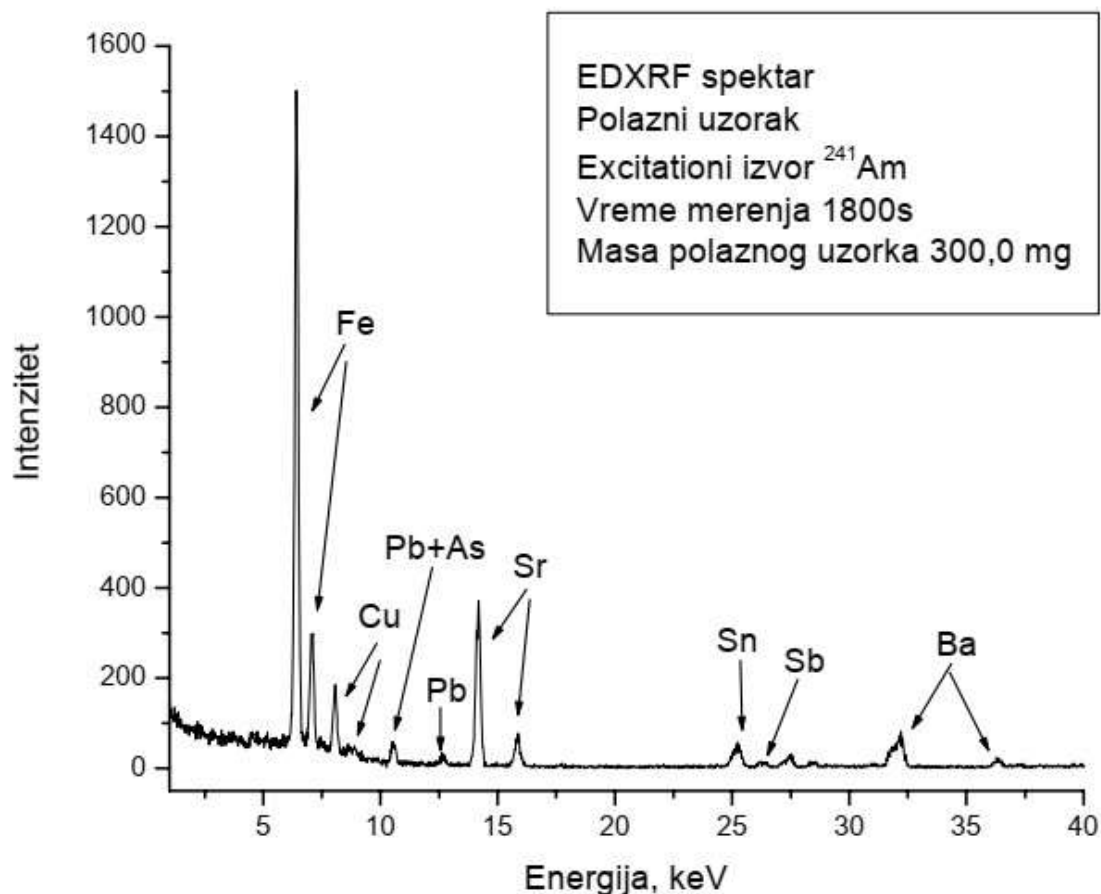
Gde su  $y_i$  predviđanja modela a  $y_i'$  su stvarne vrednosti izlaznih varijabli,  $m_o$  je broj "holdout" slučajeva.

Kako bi se eksperiment sproveo, potrebno je obezbediti reprezentativne uzorke razmatranog polaznog materijala. Za primer analiziran u ovom tekstu, uzorci sa flotacijskog jalovišta su dobijeni bušenjem na dubinu od 10 metara ispod površine jalovišta. Proces uzorkovanja organizovao je Institut za rudarstvo i metalurgiju u Boru. Nakon pripreme uzoraka izvršena je hemijska, granulometrijska, EDXRF (energy dispersive X-ray fluorescence) i ICP-AES analiza, u cilju njihove karakterizacije. Prosečni hemijski sastav uzoraka je dat u tabeli 5.1.

*Tabela 5.1. Hemijska karakterizacija uzoraka flotacijske jalovine*

Komponenta	Koncentracija
Cu <sub>cum</sub> (%)	0.24
Cu <sub>ox</sub> (%)	0.05
Cu <sub>sulf</sub> (%)	0.235
S (%)	10.56
As (%)	0.026
Pb (%)	0.003
Sn (%)	0.0071
Sb (%)	0.003
Ba (%)	0.0048
Sr (%)	0.011
SiO <sub>2</sub> (%)	56.72
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> (%)	12.64
Fe (%)	8.65
CaO (%)	0.95
MgO (%)	0.052
Au (g/t)	0.1
Ag (g/t)	1.1

Rezultati EDXRF analize uzorka su predstavljeni na slici 5.3.



Slika 5.3. EDXRF spektar polaznog uzorka flotacijske jalovine

Planirani eksperimenti izdvajanja bakra iz ovakvog polaznog materijala podrazumevaju proceduru u okviru koje su uzorci flotacijske jalovine mase 50g mešani sa sumpornom kiselinom ( $H_2SO_4$ ) sa različitim odnosom Č:T (Tabela 5.2). Mala količina vode (7 do 10 ml) je dodavana uzorcima kako bi se dobio oblik pulpe. Pripremljeni uzorci su potom smešteni u keramičke posude i zagrevani na temperature od 25 do 250°C (proces sulfatizacionog prženja). Vremenski intervali sulfatizacije varirali su prema nivoima eksperimentalnog dizajna predstavljenim u Tabeli 5.2. Nakon sulfatizacije, uzorci su luženi u vodi, u staklenom reaktoru od 1000 ml, opremljenim sa mehaničkom mešalicom. Odnos čvrsto tečno (Č:T), vremenski intervali, temperatura luženja i brzine agitacije su u opsezima datim u tabeli 5.2.

Na osnovu tabele 5.2, može se videti da je odabrano osam karakterističnih parametara (faktora) razmatranog procesa:

- odnos sirovog materijala prema kiselinu – čvrsto:tečko (varijabla X1);

- temperatura sulfatizacije (varijabla X2);
- vreme trajanja sulfatizacije (varijabla X3);
- odnos čvrsto:tečno tokom luženja u vodi (varijabla X4);
- temperatura luženja (varijabla X5);
- vreme luženja (varijabla X6);
- brzina mešanja – agitacija (varijabla X7) i
- molarna koncentracija sumporne kiseline (varijabla X8).

Izlazna veličina eksperimenta (Y) je količina izdvojenog bakra u ovom procesu.

Najviši, srednji i niži nivo svih ulaznih faktora je predstavljen u tabeli 5.2. Podaci o opsezima navedenih faktora su dobijeni istraživanjem dostupne literatura.

*Tabela 5.2. Faktorski nivoi najznačajnijih parametara procesa*

Faktori	Visok nivo (+)	Srednji nivo (0)	Nizak nivo (-)
Odnos Čvrsto-Tečno tokom sulfatizacije (X <sub>1</sub> )	100 : 1	50 : 1	10 : 1
Temperatura sulfatizacije, °C (X <sub>2</sub> )	250	150	25
Vreme sulfatizacije, h (X <sub>3</sub> )	12	6	1
Odnos Čvrsto-Tečno tokom luženja (X <sub>4</sub> )	1 : 1	1 : 2	1 : 4
Temperatura luženja, °C (X <sub>5</sub> )	80	50	25
Vreme luženja, min (X <sub>6</sub> )	60	40	20
Brzina mešanja, O/min (X <sub>7</sub> )	600	300	100
Molarna koncentracija H <sub>2</sub> SO <sub>4</sub> , M (X <sub>8</sub> )	1.5	1	0.4

Uz osam faktora i tri faktorska nivoa (Tabela 5.2), ukupno moguć broj eksperimentalnih postavki je  $3^8 = 6561$ . Prema tome, bilo bi neophodno sprovesti ovoliki broj eksperimenata kako bi se izvršila varijacija svake od ulaznih promenljivih i procenio njihov uticaj na izlaznu veličinu.

Toliki broj eksperimenata bi bio praktično neizvodljiv, ili u najmanju ruku, izuzetno skup. Iz tog razloga se potreban, odnosno dovoljan broj eksperimenata, u cilju dobijanja upotrebljivog modela procesa, može odrediti savremenim tehnikama numeričke analize. U ovom slučaju, dovoljan broj eksperimenata (plan eksperimenata) prema faktorskom eksperimentalnom dizajnu je određen

upotrebom SPSS softvera. Proračunati faktorski eksperimentalni dizajn se sastojao od 27 eksperimentalnih postavki uz dodatih 6 “holdout” slučajeva (Tabela 5.3).

Eksperimenti su urađeni po slučajnom redosledu kako bi se izbegla sistemska greška.

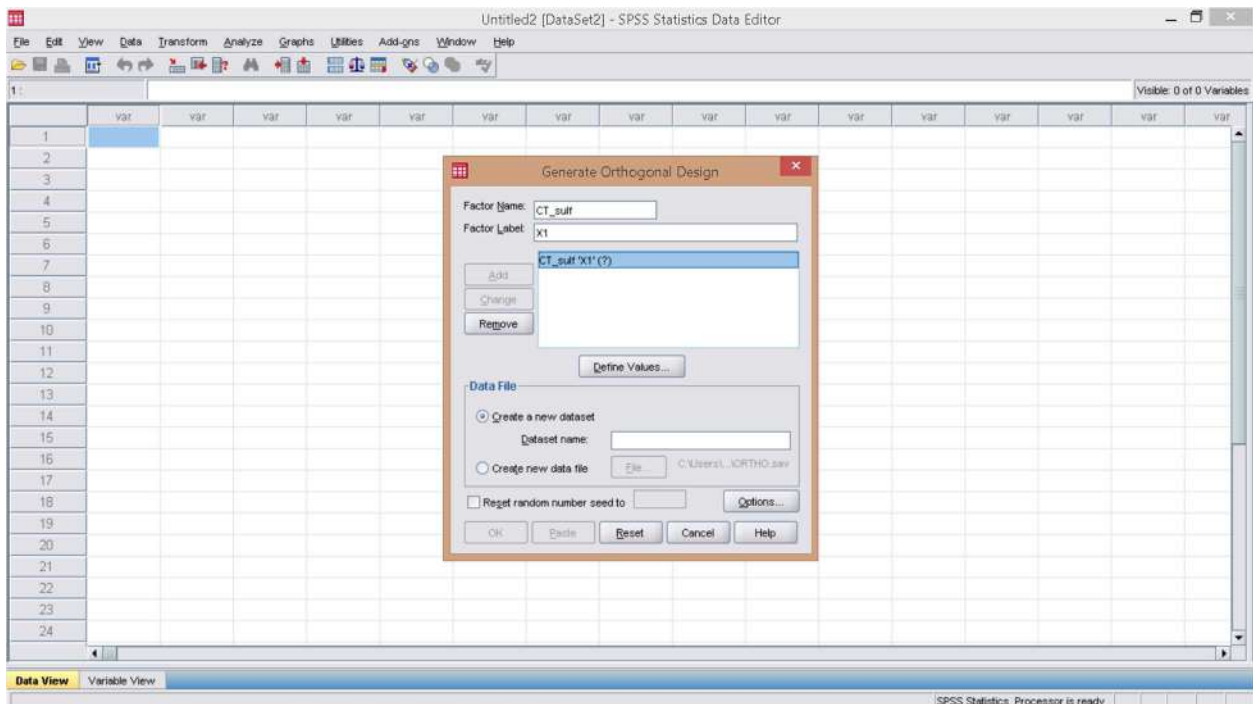
Sama procedura faktorskog eksperimentalnog dizajna u SPSS softveru se zasniva na metodi Ortogonalnog Dizajna (Orthogonal Design).

Ova opcija se pokreće putem taba: Data → Orthogonal Design → Generate.

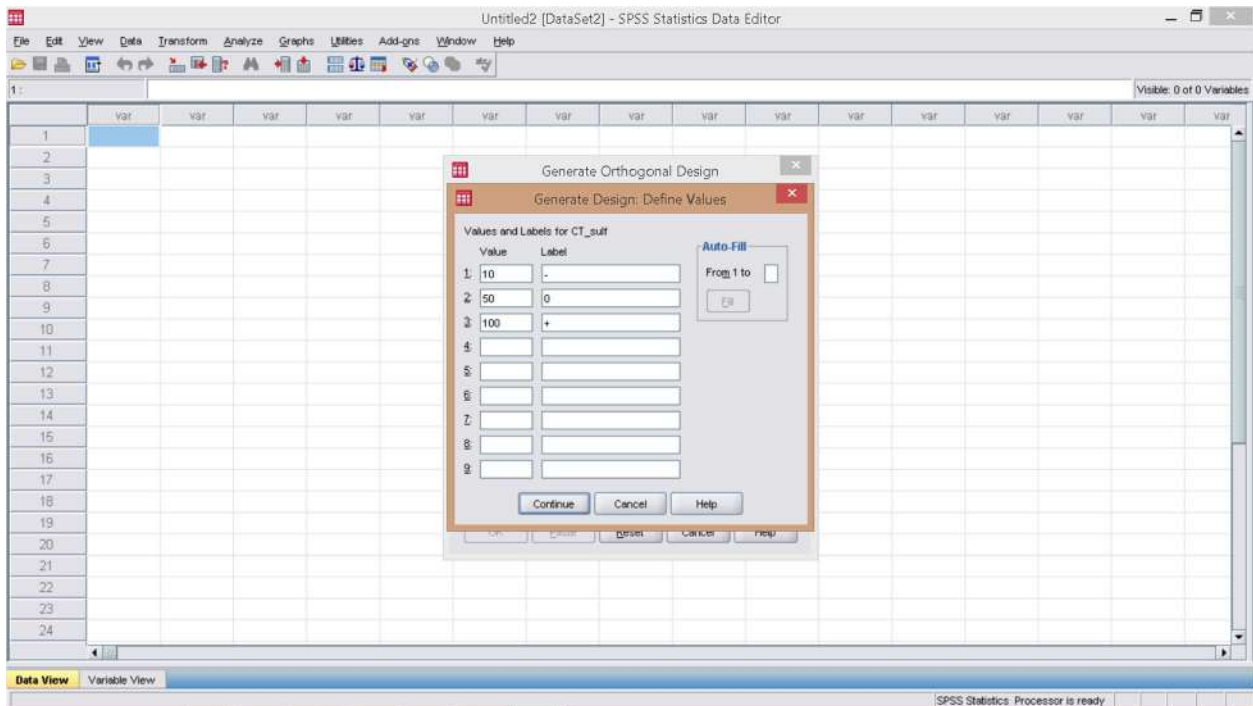
U otvorenom prozoru, potrebno je uneti sledeće parametre, na osnovu Tabele 5.2.

Naime, prva varijabla je odnos Čvrsto: Tečno tokom sulfatizacije. Naziv ove varijable, koji se unesi u prozor SPSS-a (Slika 5.4) je „CT\_sulf“. Oznaka ove varijable bi trebala da bude X1. Kada se ova varijabla kreira, klikne se na nju, potom na „Define Values“ i vrši unos minimalne, srednje i maksimalne vrednosti na osnovu tabele 5.2.

Prema tabeli 5.2, opseg ove varijable – posmatrano na tri nivoa je 100:1; 50:1 i 10:1, dakle vrednosti koje se unose su 10 za najmanju vrednost (koju treba označiti sa -); 50 za srednju vrednost (koju treba označiti sa 0) i 100 za maksimalnu vrednost (koju treba označiti sa +) – Slika 5.5. Naravno, oznake -, 0 i + su subjektivne i mogu se koristiti bilo koje druge.

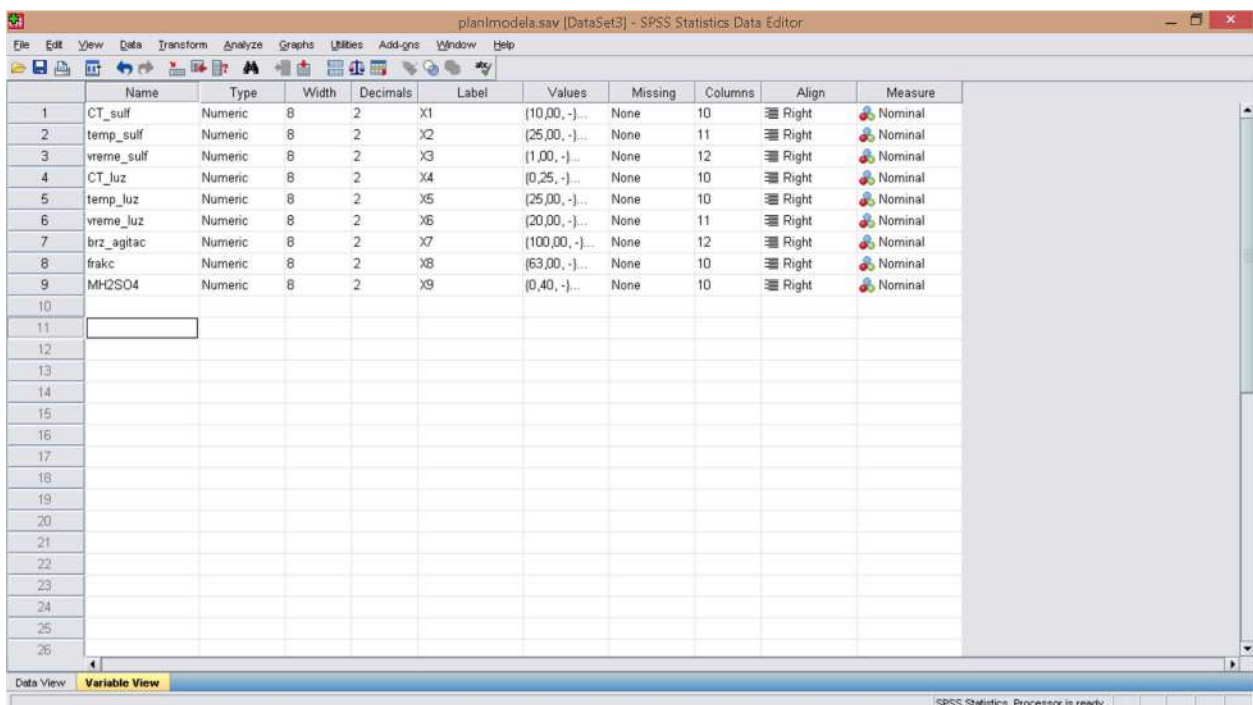


Slika 5.4. Unos prve varijable (X1) kod Ortogonalnog dizajna eksperimenta u SPSSu



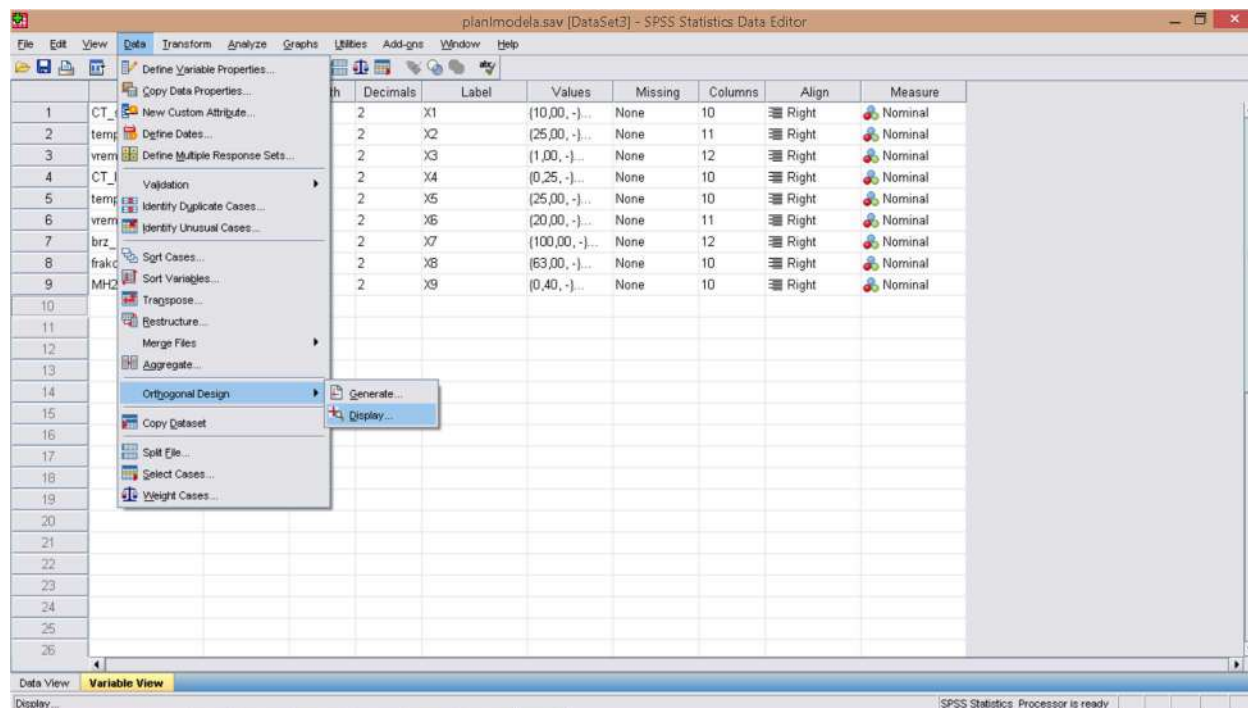
*Slika 5.5. Unos vrednosti opsega prve varijable (X1) kod Ortogonalnog dizajna eksperimenta u SPSS-u*

Na isti način se unose sve varijable iz Tabele 5.2. Kada se unesu sve varijable, ide se na opciju „Create a new data set“ i potom se ovom data setu daje ime. Takođe, dobro je imati određeni broj Holdout Cases, koji se kreiraju preko opcije Options i tu se bira broj ovih slučajeva. U ovom slučaju to je 6 slučajeva. Nakon toga, kada se klikne na Variable View, dobija se sledeći izgled unetih varijabli, Slika 5.6.



*Slika 5.6. Izgled unetih varijabli u ortogonalni plan eksperimenta*

Naravno, ovim još uvek ne znamo koji je optimalni broj eksperimenata koji treba sprovesti, kao ni kakva je njihova kombinacija u planu eksperimenata. Za te svrhe, ide se na opciju: Data → Orthogonal Design → Display (Slika 5.7).



Slika 5.7. Generisanje plana eksperimenta u SPSS-u

Kada se ova opcija sprovede, dobija se sledeći plan eksperimenta (Tabela 5.3).

Tabela 5.3. Izgled definisanog eksperimentalnog dizajna u SPSS-u

Card List

	Card	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9
1		-	-	+	+	,00	+	-	-	,00
2		-	+	+		,00	+	-	,00	,00
3		-	+		,00	+	-	-	+	,00
4		-	+		-	-	,00	-	-	,00
5		-		,00	,00	,00	,00	,00	-	+
6		,00	-	,00	+	+	-	-	+	+
7		+	-	-	-	+	-	,00	-	,00
8		+	-	+	-	-	,00	,00	,00	,00
9		-	,00	+	-	-	-	,00	+	+
10		,00	+	+	-	+	-	,00	-	-
11		+	+		,00	-	-	+	-	+
12		,00	+	-	-	+	,00	,00	+	-
13		,00	-	-	-	-	-	-	,00	+
14		,00	,00	-	-	+	,00	+	-	,00
15		,00	,00	+	+	-	+	-	,00	,00
16		+	,00	,00	+	,00	-	-	,00	-
17		+	,00	+		,00	-	-	-	-
18		,00	,00	,00	-	-	,00	+	+	,00
19		-	-	-	-	,00	-	+	-	+
20		-	,00	-	+	+	-	,00	,00	+
21		,00	-	+	-	,00	,00	-	+	+
22		+	+	+	+	+	+	+	+	+
23		+	-		,00	,00	+	,00	+	,00
24		-	-		,00	-	+	-	,00	-
25		+	+		-	,00	,00	+	,00	+
26		+	,00	-	-	+	-	-	+	-
27		,00	+		,00	,00	-	,00	,00	-
28		+	-	+	+	+	+	-	-	-
29		,00	,00	-	+	-	+	-	,00	,00
30		+	,00	-	+	,00	-	+	-	,00
31		+	,00	-	-	,00	+	,00	,00	,00
32		+	+		,00	,00	+	-	+	+
33		+	-	-	-	-	-	+	,00	+

Prema planu eksperimenata, predstavljenom u Tabeli 5.3, potrebno je sprovesti 33 ekaperimenata, kako bi mogao da se dobije dovoljno precizan model procesa. Svakako, broj od 33 eksperimenata je značajno manji od 6561, što i jeste suština ove metode.

Svakako, u svakom novom pokušaju izrade plana eksperimenta, SPSS bi izbacio novu kombinaciju parametara X1-X8. Jedino što bi ostalo konstantno je neophodan broj od 33 eksperimenata (27 i 6 holdout slučajeve).

Nakon sprovedenih svih 33 eksperimenata, za jedan od generisanih planova, u eksperimentalnim uslovima, rezultati ekstrakcije bakra su uključeni u bazu podataka kao izlazna varijabla – Y (Tabela 5.4). Potom je samo modelovanje sprovedeno na prvih 27 eksperimenata, uz upotrebu modela prvog reda.

*Tabela 5.4. Eksperimentalni dizajn i dobijeno izluženje bakra*

Exp. br	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>	X <sub>4</sub>	X <sub>5</sub>	X <sub>6</sub>	X <sub>7</sub>	X <sub>8</sub>	Izluženje bakra, %
1	-	0	+	-	0	+	+	+	6.30
2	0	+	+	-	+	-	-	0	13.04
3	+	+	0	+	-	0	-	+	5.17
4	-	-	+	+	-	-	-	0	2.43
5	+	0	0	0	+	+	0	0	2.61
6	+	-	+	-	-	0	0	-	7.51
7	-	0	-	-	-	-	0	+	5.61
8	0	+	+	-	-	+	0	0	4.35
9	0	0	0	+	+	-	+	-	2.52
10	-	0	0	-	+	0	-	+	3.91
11	-	+	-	-	0	0	+	0	64.17
12	0	-	0	0	0	0	-	+	2.17
13	0	-	-	0	+	-	0	+	2.26
14	+	0	+	0	0	-	-	0	3.04
15	-	-	0	+	0	+	0	0	2.43
16	-	+	+	0	+	0	0	-	19.13
17	0	-	+	0	-	+	+	+	8.61
18	+	0	-	0	-	0	+	0	2.87
19	-	0	-	+	-	+	-	-	4.87
20	+	-	0	-	0	-	+	-	2.39
21	-	+	-	+	+	0	+	0	2.61
22	-	+	+	-	+	+	0	+	89.57
23	-	-	-	0	0	+	-	-	2.96
24	+	+	-	-	+	+	-	-	2.39
25	-	+	0	0	-	-	+	-	1.74
26	-	0	-	+	0	-	0	+	2.87
27	+	+	+	+	0	0	0	-	3.13
28 <sup>a</sup>	0	+	0	-	-	-	0	0	2.83
29 <sup>a</sup>	-	+	-	0	-	-	+	0	23.48
30 <sup>a</sup>	0	-	0	-	0	-	+	0	15.61
31 <sup>a</sup>	0	-	-	-	+	+	0	0	62.39
32 <sup>a</sup>	0	0	-	0	0	0	-	-	13.57
33 <sup>a</sup>	0	-	+	-	+	0	+	+	22.83

a – "holdout" eksperimenti



Kako bi moglo da se izvrši modelovanje navedenom jednačinom prvog reda, potrebno je izvršiti pripremu podataka. Naime, podaci dobijeni luženjem (vrednost Y) se unesu u tabelu generisanu za dizajn eksperimenta. Potom se pristupa obračun novih varijable (vaijable  $X_iX_j$  iz jednačine modela prvog reda). Ovaj obračun se vrši korišćenjem opcije Transform → Compute Vraiable. Te se izračunavaju varijable  $X_{12} = X_1 * X_2$ , pa sve do  $X_{78} = X_7 * X_8$ .

Svakako, da bi se dobio model za najnoviju kombinaciju faktora, bilo bi neophodno sprovesti svih 33 eksperimenata definisanih tabelom 5.3.

U opisu primera, koristiće se podaci koji su realizovani u eksperimentalnim uslovima, za set faktora dat u tabeli 5.4. Nakon dobijanja vrednosti Y i njihovog unosa u tabelu, urađeno je modelovanje.

Samo modelovanje se potom realizuje putem opcije: Analize → Regresion → Linear Regresion. Pri tome, koristi se metoda linearne regresije ENTER.

Nakon toga je izvršena analiza statističke značajnosti dobijenih koeficijenata jednačine modela. Vrednosti dobijenih koeficijenata jednačine modela, koji imaju statističku značajnost ( $p < 0.01$ ) su predstavljeni u Tabeli 5.5.

*Tabela 5.5. Koeficijenti jednačine modela prvog reda procesa ekstrakcije bakra iz flotacijske jalovine*

Model	$\beta$ – nestandardizovano	Standardna greška (SD)	$\beta$ - standardizovan	t	Statistička značajnost (p)
konstanta	-30.513	18.319		-3.29	0.004
$X_1$	-0.401	0.4	-3.2	-4.119	0.001
$X_5$	0.743	0.456	2.226	4.114	0.001
$X_6$	0.819	0.304	1.409	5.14	0.000
$X_1X_2$	-0.001	0.001	-1.509	-3.097	0.007
$X_1X_5$	-0.002	0.004	-1.125	-2.394	0.028
$X_2X_4$	-0.219	0.089	-1.772	-4.954	0.000
$X_2X_5$	0.004	0.002	2.718	5.457	0.000
$X_2X_8$	0.075	0.052	0.642	1.972	0.065
$X_3X_4$	5.215	2.209	2.075	5.01	0.000
$X_3X_6$	-0.108	0.062	-3.123	-4.264	0.001
$X_3X_7$	0.002	0.003	1.888	3.000	0.008
$X_3X_8$	0.793	1.162	-0.928	-2.544	0.021
$X_5X_8$	0.314	0.229	1.714	4.067	0.001

Zasnovano na rezultatima predstavljenim u tabeli 5.5., dobijenim regresionom analizom, dobijena je sledeća jednačina modela procesa:

$$Y = -30.513 - 0.401 \cdot X_1 + 0.743 \cdot X_5 + 0.819 \cdot X_6 - 0.001 \cdot X_1X_2 - 0.002 \cdot X_1X_5 - 0.219 \cdot X_2X_4 + 0.004 \cdot X_2X_5 + 0.075 \cdot X_2X_8 + 5.215 \cdot X_3X_4 - 0.108 \cdot X_3X_6 + 0.002 \cdot X_3X_7 - 0.793 \cdot X_3X_8 + 0.314 \cdot X_5X_8$$

Na osnovu koeficijenata gornje jednačine, moguće je analizirati regresionu jednačinu i odrediti efekat svakog od faktora. Sama jednačina predstavlja potencijalne efekte svakog od osam parametara. Ukoliko se posmatraju samo nestandardizovani koeficijenti ( $\beta$  – nestandardizovan u tabeli 5.5), vreme luženja ( $X_6$ ) ima najjači uticaj na odziv sistema jer je odgovarajući koeficijent ( $b=0.819$ ) veći od svih ostalih linearnih koeficijenata. Pozitivan znak ovog koeficijenta indicira da porast vremena luženja dovodi do porasta izluženja bakra iz flotacione jalovine. Drugi značajan faktor je temperatura luženja ( $X_5$  uz  $b=0.743$ ). Ovaj koeficijent takođe ima pozitivan predznak i indicira da porast temperatura luženja vodi ka boljem izluženju bakra. S druge strane, odnos čvrsto prema tečno tokom sulfatizacije ( $X_1$ ) ima negativni uticaj na izdvajanje bakra ( $b = - 0.401$ ), što je i očekivano. Ortogonalni dizajn eksperimenta takođe može dati procenu interakcije razmatranih faktora procesa. Najjača interakcija je između vremena sulfatizacije ( $X_3$ ) i odnosa čvrsto:tečno tokom luženja ( $X_4$ ), čiji je koeficijent 5.215. Ipak, ukoliko se analiziraju koeficijenti dobijeni nakon standardizacije ulaznih veličina ( $\beta$  - standardizovano u Tabeli 5.5), koja uklanja efekat intenziteta vrednosti različitih varijabli; situacija je donekle različita. Sama standardizacija je izvršena preko  $(X_i - \min) / (\max - \min)$ . Za standardizovane uzorka glavni efekat ima odnos čvrsto:tečno tokom sulfatizacije ( $X_1$ ). Takođe, interakcije između vremena sulfatizacije ( $X_3$ ) i vremena luženja ( $X_6$ ) imaju najveći efekat na izluženje bakra od svih kombinovanih varijabli.

Ipak, obzirom na slične vrednosti  $t$  koeficijenata za gotovo sve istraživane faktore (Tabela 5.5), može se zaključiti da sve statistički značajne varijable imaju uticaja na ekstrakciju bakra iz flotacijske jalovine.

Interna validnost dobijenog modela je potom testirana upotrebom kontrolnih testova na 6 “holdout” slučajeva, predstavljenih u tabeli 5.4. Nakon kalkulacije RMSE preko prethodno predstavljene jednačine, na ovih 6 “holdout” slučajeva, zaključeno je da su podaci dobijeni eksperimentom u dobrom slaganju sa predviđanjima modela. Potom je dalja pouzdanost modela testirana upotrebom ANOVA testova. Rezultati ANOVA testa razvijenog modela su predstavljeni u tabeli 5.6.

Tabela 5.6. Rezultati of ANOVA testa finalno dobijenog modela prvog reda

	Suma kvadrata (Sum of squares)	Stepen slobode (df)	Srednja kvadratna vrednost (Mean square)	F	Značajnost (Significance)
Regresija (Regression)	11075.52	12	626.86	56.341	0.007
Ostatak (Residual)	2268.67	15	219.41		
Ukupno (Total)	13344.19	27			

Zavisna varijabla: Y

Značajna F statistika (Tabela 5.6) indicira da je upotreba modela bolja neko pretpostavka prosečne vrednosti. Takođe, stepen značajnosti F statistike je manji od 0.05, što znači da varijacije objašnjene modelom nisu rezultat slučajnosti.

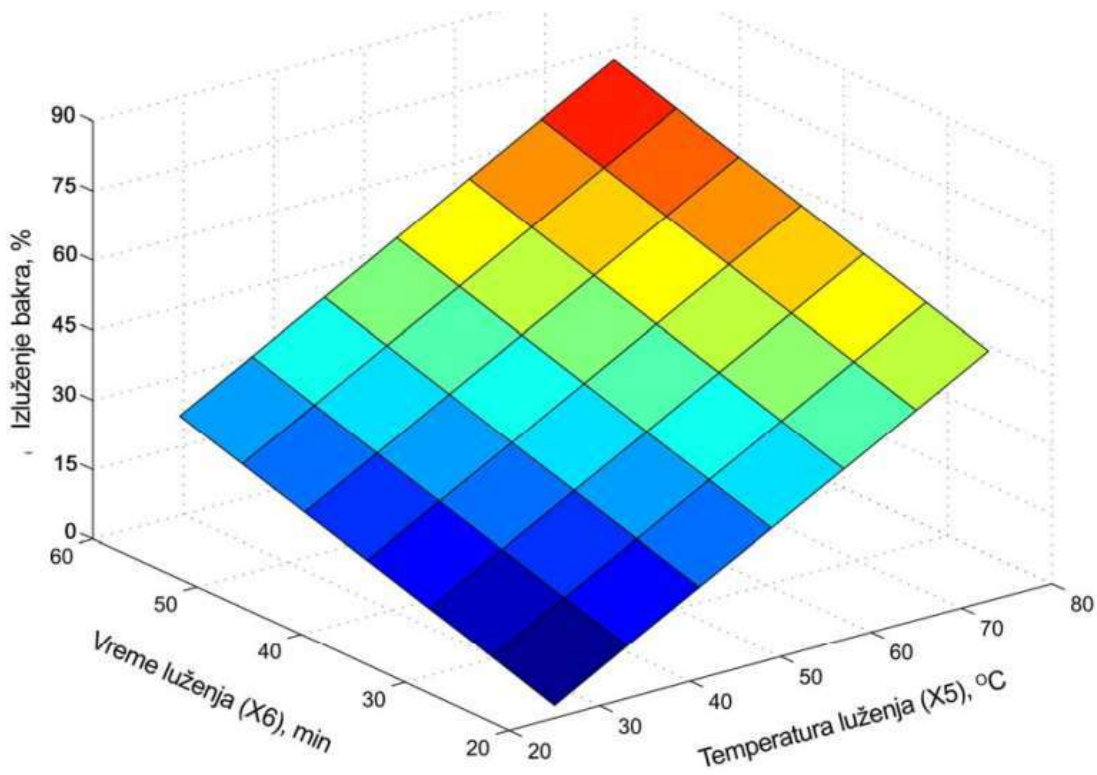
Odnos regresije ka ostatku je 83% : 17%, što potvrđuje da se 83% vrednosti zavisne varijable (Y) može objasniti modelom. Izračunata standardna greška procene (Standard Error Estimate – SEE) za ovaj model ima vrednost 2.723. Prema tome, može se zaključiti da dobijeni model prvog reda može da se koristi za predviđanje ekstrakcije bakra iz flotacijske jalovine dovoljno tačno. Na taj način, razvoj eksperimentalnog plana modela drugog reda, nije neophodan. Naime, model drugog reda zahtevao bi širi opseg istraživanih eksperimentalnih faktora (nezavisnih procesnih varijabli). Takođe, dizajn eksperimenta za jednačinu drugog reda obično zahteva pet nivoa imesto tri koji su razvijeni za model prvog reda (Tabela 5.2.). Samim time, to bi zahtevalo i dodatan set eksperimenata a to nije ekonomski opravdano.

Upotrebom finalne jednačine modela, koja predviđa iznos ekstrakcije bakra sa tačnošću 83%, moguće je odrediti optimalne uslove operativnog menadžmenta procesa dovoljno tačno. Optimizacija se sastoji od pronalaženja takvog seta vrednosti operativnih varijabli koje će rezultovati optimalnom ekstrakcijom bakra. Lokalizacija optimalnog seta vrednosti operativnih varijabli može se dobiti na više načina. Ipak, lejaut površinskih konturnih dijagrama je najjednostavniji način za interpretaciju, ukoliko se bazira na jednačini modela, što je ovde slučaj. Površinski konturni dijagrami su analizirani, upotrebom Matlab softvera kako bi se odredilo optimalno rešenje. Odgovarajući površinski dijagram i konturni dijagrami su predstavljeni na slikama 5.8 i 5.9, respektivno. Formirani su u ravni: temperature luženja – vreme luženja, uz ostale varijable konstantne u vrednostima

eksperimenta br. 22 iz tabele 5.4. Prema tome, ukoliko se odnos čvrsto : tečno tokom sulfatizacije (X1) održava na 10:1; temperatura sulfatizacije (X2) je 250°C; vreme sulfatizacije (X3) je 12 sati; odnos čvrsto:tečno tokom luženja (X4) je 1:4; brzina mešanja (X7) je 300 °/min; i molarna koncentracija H<sub>2</sub>SO<sub>4</sub> (X8) je 1.5M, tada se može postići izluženje bakra od 90% ukoliko se flotacijska jalovina luži 60 minuta (X6) na temperaturama iznad 70° C (X5).

Kod za MatLab grafik ove funkcije je:

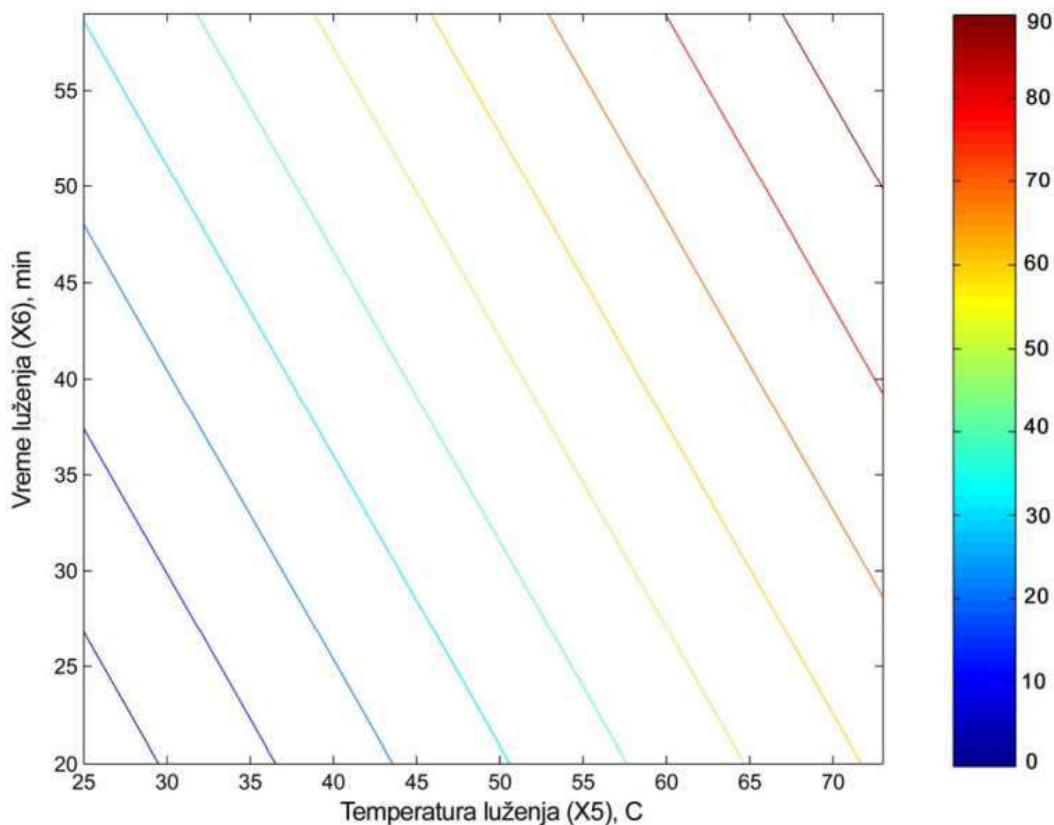
```
[x,y]=meshgrid([20:60/10:80],[20:40/10:60]);  
k=14.584;  
l=1.194;  
m=-0.477;  
z=k+l*x+m*y;  
surf(x,y,z)
```



Slika 5.8. Odgovarajući površinski dijagram za optimalnu ekstrakciju bakra iz flotacijske jalovine

Kod za MatLab brafik funkcije je:

```
[x,y]=meshgrid([20:60/10:80],[20:40/10:60]);  
k=14.584;  
l=1.194;  
m=-0.477;  
z=k+l*x+m*y;  
contour(x,y,z)
```



*Slika 5.9. Odgovarajući konturni dijagram optimalnu ekstrakciju bakra iz flotacijske jalovine*

Na osnovu navedenog, može se istaći da je koristeći razvijenu numeričku jednačinu modela procesa (po metodologiji M2) izdvajanja bakra iz flotacijske jalovine, moguće definisati optimalne uslove ovog tehnološkog procesa. Takođe, moguće je vršiti predviđanje stepena izluženja u funkciji varijacije svakog od osam ključnih faktora procesa. Nivo tačnosti predviđanja je 83.4%.