Инжењерска статистика
Вежба 5

Параметарски тестови хипотеза

- Параметри који се разматрају код параметарског тестирања хипотеза су:
  - Аритметичка средина μ
  - Разлика аритметичких средина μ_1-μ_2
  - Пропорција π
  - Разлика пропорција π_1-π_2
  - Варијанса σ^2
  - Однос варијанси σ_1^2 / σ_2^2

Кораци у поступку тестирања

1. Одређивање параметра који се испитује
2. Постављање система хипотеза
3. Одређивање (усвајање) прага значајности α
4. Одређивање статистике одлучивања
5. Одређивање критеријума одбацивања нулте хипотезе
6. Прорачун и
7. Одлука

Пример 1

Потребно је да проценат влажности смокава при сушењу буде мањи од 10%. На основу узорка од 20 кг (20*1кг) измерени проценат влажности је 12,2%, са стандардном девијацијом од 1,2%. Са ризиком од 5% проверити да ли је задовољен услов о проценту влажности.

$n = 20$

$\sigma = ?$

$H_0 : (\mu = 10\%)$

$H_1 : (\mu > 10\%)$

$$t_0 = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s / \sqrt{n}} = \frac{12,2 - 10}{1,2 / \sqrt{20}} = 8,20$$

$$8.20 > 1.7291 \Rightarrow t_0 > t_\alpha$$

Пример 2

Од 150 клијената банке “XY” њих 138 се изјаснило да је задовољно услугама банке. На нивоу значајности од 0,05 испитати да ли се може задржати хипотеза да је 85% клијената задовољно услугама банке.

$H0 : \pi = 0{,}85;\ H1 : \pi \neq 0{,}85;\ \alpha = 0,05$

p=138/150=0,92

$Sp=\sqrt{0{,}85 \cdot 0{,}15150}=0{,}0292;$

$Z_0=0{,}92-0{,}850{,}0292=2{,}397$

$Z\alpha/2=1{,}96.$

Вредност статистике Z_0 = 2,397 припада области одбацивања нулте хипотезе, па можемо закључити да немамо довољно аргумената да тврдимо да је 85% клијената посматране банке задовољно услугама уз ризик од 5%

Пример 3

На основу приложених месечних показатеља, пореди се продуктивност две фабрике са сличним производним програмима. Подаци су приказани у табели. Ниво значајности је 0.05. Претпоставља се да се продуктивност распоређује по нормалној расподели. Утврдити да ли друга фабрика има већу продуктивност од прве.

Фабрика 1	320	310	290	290	320	360
Фабрика 2	390	270	330	420		

1 $\Delta\mu$

2 $H_0 : (\mu_1 = \mu_2)$

$H_1 : (\mu_1 < \mu_2)$

4 $$t_0 = \frac{\Delta\overline{x}}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}}, \quad f = \frac{\left(s_1^2/n_1 + s_2^2/n_2\right)^2}{\frac{\left(s_1^2/n_1\right)^2}{n_1+1} + \frac{\left(s_2^2/n_2\right)^2}{n_2+1}} - 2$$

5 $t_0 < -t_{\alpha,f}$

Пример 4

Разматрају се две технике мерења пречника отвора. Стога је 10 контролора вршило проверу сваком од техника. Резултати ових мерења приказани су у табели. Потребно је утврдити да ли постоји разлика у техникама мерења.

kon.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
T1	18.0	18.1	18.1	18.2	18.1	18.0	18.1	18.3	18.2	18.1	18.1	18.1
T2	18.1	18.0	18.1	18.0	18.1	18.1	18.3	18.5	18.4	18.1	18.0	18.2

1 $\Delta\mu$

2 $H_0 : (\mu_1 = \mu_2)$

$H_1 : (\mu_1 \neq \mu_2)$

4 $t_0 = \dfrac{\bar{d}}{s_d / \sqrt{n}}, \; d_i = x_{1i} - x_{2i}$

5 $|t_0| > t_{\frac{\alpha}{2}, n-1}$

$$\bar{d} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_{1i} - x_{2i}}{n} = \frac{-0.5}{12} = -0.041$$

$$s_d^{\,2} = \frac{\sum_{i=1}^{n} (d_i - \bar{d})^2}{n-1} \rightarrow s_d = \sqrt{0.0185} = 0.136$$

$$t_0 = \frac{\bar{d}}{s_d / \sqrt{n}} = \frac{-0.041}{0.136 / \sqrt{12}} = -1.101$$

Merenje	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Razlika	-0.1	0.1	0	0.2	0	-0.1	-0.2	-0.2	-0.2	0	0.1	-0.1

Пример 5

Произвођач тврди да најмање 95% опреме којом снабдева фабрике одговара спецификацијама. Испитивање 500 комада опреме је довело до податка да 33 комада није одговарало спецификацијама. Потребно је тестирати хипотезу о тврдњи произвођача.

1 π

2 $H_0 : (\pi = \pi_0)$
$H_1 : (\pi < \pi_0)$

4 $z_0 = \dfrac{p - \pi_0}{\sqrt{\pi_0 \cdot (1 - \pi_0)/n}}, \; p = \dfrac{x}{n}$

5 $z_0 < -z_\alpha$

Пример 6

Међу студентима једног факултета спроведена је анкета о новом програму студирања. Утврђено је да 200 од 450 анкетираних студената старијих година је заинтересовано за ове промене, док је код бруцоша тај однос 54 од 90. Потребно је утврдити да ли је расположење за промене исто код обе групе анкетираних студената.

1 $\pi_1 - \pi_2$

2 $H_0 : (\pi_1 = \pi_2)$

$H_1 : (\pi_1 \neq \pi_2)$

4 $$z_0 = \frac{p_1 - p_2}{\sqrt{(p \cdot (1 - p)) \cdot \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}}, \quad p = \frac{n_1 \cdot p_1 + n_2 \cdot p_2}{n_1 + n_2} = \frac{x_1 + x_2}{n_1 + n_2}$$

5 $|z_0| > z_{\frac{\alpha}{2}}$

Пример 7

Произвођач мерних инструмената тврди да је, при коришћењу инструмената, стандардна девијација највише 0.0001 мм. Аналитичар који прихватио ову тврдњу, извршио је 45 пробних мерења и установио да је стандардна девијација 0.00025 мм. Да ли је тврдња произвођача оправдана, уколико је праг значајности 0.01?

1 σ^2

2 $H_0 : \left(\sigma^2 = \sigma_0^2\right)$

$H_1 : \left(\sigma^2 > \sigma_0^2\right)$

4 $$z_0 = \frac{s - \sigma_0}{\sigma_0 / \sqrt{2n}} = \frac{0.00025 - 0.0001}{0.0001 / \sqrt{2 * 45}} = 14.2302$$

5 $z_0 > z_\alpha \rightarrow 14.2302 > 2.32$

Пример 8

Потребно је утврдити да ли постоји разлика у поузданости рада мушкараца и жена, при обављању операције монтаже. Испитиване су две групе радника. Прву групу је чинило 45 мушкараца, а другу 50 жена. Мерено је време склапања, а измерене стандардне девијације су 0.98 и 1.02. Да ли ови подаци потврђују да су мушкарци поузданији при монтажи?

1 $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$

2 $H_0 : \left(\sigma_1^2 = \sigma_2^2\right)$

$H_1 : \left(\sigma_1^2 > \sigma_2^2\right)$

4 $$z_0 = \frac{s_1 - s_2}{s_p\sqrt{\frac{1}{2n_1} + \frac{1}{2n_2}}} = -0.27515 \qquad s_p = \sqrt{\frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}} = 0.145374$$

5 $z_0 > z_\alpha$

Самостални задатак Д4

- Урадити одговарајуће задатке који ће бити постављени на сајту